NOUVELLE INTRODUCTION A LA GEOMETRIE PRATIQUE, ...

Digitized by Google

...DO PIZZOFALCONE

10.A.43.
BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XXII
Palchetto 7
Num.° d'ordine 39

NAZIONALE
B. Prov.
I.
2476
NAPOLI
VITT. EM. III

Digitized by Google

Digitized by Google

Passo geometrico 5. piedi del Re
passo ordinario Piedi 1 ½ del Re

B. Prov.
I
2476

Digitized by Google

Digitized by Google

C.08.698

NOUVELLE INTRODUCTION A LA GEOMETRIE PRATIQUE,

TIRE'E DES MEILLEURS AUTEURS, Diviſée en deux Parties ; dreſſée & miſe dans un ordre très-méthodique pour l'inſtruction des Cadets des Troupes du Roy, & pour tous ceux qui veulent entrer au Service Militaire de SA MAJESTE'.

DE'DIE'E

A MONSEIGNEUR D'ANGERVILLIERS, Miniſtre & Secretaire d'Etat de la Guerre.

Par le Chevalier DAUDET, *Ingénieur, Géographe ordinaire du Roy & de la Reine.*

ISTITUTO ORIENTALE NAPOLI BIBLIOTECA MILITARE

3 Vol. in-12.

TOME SECOND.

A PARIS,

Chez ESTIENNE GANEAU, ruë S. Jacques, aux Armes de Dombes.

M. DCC. XXX.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

VITTORIO EMANUELE III BIBLIOTECA NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

AVERTISSEMENT.

CETTE ſeconde Partie a été compoſée avec tant de ſoin & d'exactitude, qu'on peut la regarder comme une Bibliotheque de tout ce qu'il y a de plus important dans la *Géométrie Pratique*, & comme un livre propre à conduire (par ſa ſeule lecture) un jeune homme à un degré de ſcience, dont le détail qui ſuit, va faire voir l'utilité.

Cet Ouvrage eſt diviſé en huit principaux articles; dont le premier enſeigne *la Pratique du Compas & de la Regle*, c'eſt-à-dire, à tirer toute ſorte de lignes perpendiculaires & paralleles, à les diviſer en tant de parties égales que l'on veut, à trouver des proportionnelles & réciproques, à tirer des tangentes & des ſeccantes, à tracer des lignes courbes ou circulaires, à former des angles, à les prendre ſur le terrain, & à les diviſer à volonté; à tracer tous les poli-

Digitized by Google

gones, à faire des figures égales & ſemblables à d'autres, à les diviſer en parties égales, à lever toute ſorte de plan, à changer toutes figures en d'autres figures diſſemblables, & qui ſoient pourtant égales entr'elles.

Le ſecond article traite de la *Trigonométrie*; on y apprend à réſoudre tous triangles, à trouver leurs angles & leurs côtez inconnus, par les tables de ſinus tangentes & ſeccantes ou autrement, à trouver ou à meſurer toute ſorte de longueurs & largeurs acceſſibles ou inacceſſibles, ce qui ſe fait par *l'Altimétrie*. Il donne auſſi quelques principes ſur *l'Aſtronomie* par la réſolution des triangles ſphériques, il fait connoître les zones & les différens climats, il donne quelques regles pour trouver les Longitudes & les Latitudes, la hauteur des Aſtres & leurs diſtances de la terre.

Le troiſiéme article traite de la *Planimétrie*; il enſeigne à meſurer ou toiſer toutes ſortes de ſuperficies planes, droites & courbes, régulieres ou irrégulieres, & tout ce qui peut regar-

Digitized by Google

der l'arpentage, avec des table.

Le quatriéme contient *la Stéreométrie*, qui apprend à connoître la superficie & la solidité des corps ou solides, réguliers ou irréguliers. Il donne des regles pour le jeaugeage des tonneaux, avec des tables pour le toisé de la charpente, ou mesure des bois. On y trouve un Tarif considérable pour la réduction de toute sorte de bois quarré en piéces réduites.

Le cinquiéme article consiste dans *le Nivellement*, avec une table des différences du vrai niveau, avec le niveau apparent.

Le sixiéme, est un abregé des *Mécaniques*, ou *des Forces mouvantes*, où l'on apprend à connoître la nature du mouvement, l'effort qu'il fait sur les corps sans ressort, sur les corps pesants & fluides. Il traite des Machines propres à communiquer ou à arrêter le mouvement, comme sont la Balance, le Levier, la Rouë, la Poulie, le Plan incliné ou le Coin, & la Vis.

Le septiéme article parle de *l'Hydraulique*, c'est-à-dire, du mouve-

Digitized by Google

ment, des proprietez & de la conduite des eaux. Il conſidere le mouvement des corps fluides par rapport à leur peſanteur, à leur choc & à leur reſſort. Il donne des regles pour les Moulins à eau & à vent, pour connoître la dépenſe des eaux dans des tems donnez, la valeur ou produit d'une ſource, la hauteur des jets d'eaux, celle des réſervoirs, & l'ouverture que doivent avoir différens ajutages, avec des tables propres à ces uſages.

Il traite des Pompes foulantes, aſpirantes & expulſives, ou autres machines propres à élever les eaux. Il donne auſſi des regles pour trouver la peſanteur ſpécifique de tous les Métaux ou autres matieres peſantes, comparées entr'elles, avec des tables. Il enſeigne à connoître la charge ou portée d'un Vaiſſeau ſur l'eau de la mer ou ſur quelque riviere, & de combien il doit ou peut s'enfoncer dans ces eaux. Il finit par une notion des Barometres, des Thermometres & des Oeolipiles.

Digitized by Google

Enfin le huitiéme article traite des *Machines de Guerre*, & comme la poudre eſt l'ame de preſque toutes ces Machines ; il enſeigne quelle en eſt la matiere, où on l'a trouve, comment on la prépare, quelle doſe on lui donne, & comment on la fabrique.

Il parle de la compoſition de la matiere du canon, de la forme qu'on lui donne, du nom de toutes ſes parties, de la maniere de l'éprouver & de s'en ſervir, de ſa portée, de ſa charge, de ſon affut, des inſtrumens ou armes néceſſaires à ſon ſervice, tant en Place qu'en Campagne, des batteries, du calibre des piéces & du poids des boulets, avec des tables dreſſées à cet uſage, des boulets rouges, à cartouches & autres manieres de charger le canon.

Il s'étend ſuffiſemment ſur le mortier à bombes, ſur ſa forme, ſa matiere, ſur ſes parties ; ſur les bombes, leur forme, leur prix, leur charge, leurs ampoulettes ou fuſées, & ſur la portée ou jet des bombes, avec des tables.

Digitized by Google

Il traite enſuite des mortiers canons, des carcaſſes, des grenades, des petards, des pierriers & autres machines de guerre, des feux d'artifices; comme pot à feu, balle à feu, gaudron, bariques foudroyantes, &c. de leurs matieres & compoſition, des mines, contre-mines, le tout terminé par une notice détaillée de toutes les munitions de guerre néceſſaires dans un Siége, de ce qu'on peut y conſommer, & de celles qu'on peut en rapporter, ſuivant ce qui s'eſt paſſé dans les Siéges de nos dernieres guerres : voilà en général ce qui compoſe ce ſecond Volume, dont la groſſeur n'a pas permis d'entrer dans un plus grand détail, & que nous avons été obligé de diviſer en deux. Heureux ſi les ſoins que j'ai pris pour les dreſſer & les rendre utiles au Public, peuvent lui être agréables, & le porter à me pardonner les fautes d'impreſſion & d'érudition qui pourroient être échappées à ma vigilance.

Digitized by Google

INTRODUCTION
A
LA GEOMETRIE
PRATIQUE.

ARTICLE I.

De la Pratique du Compas, & de la Regle.

COMME la pratique du Compas & de la Regle s'étend *ſur les Lignes, les Angles, les Triangles, les Cercles, les Poligones, & ſur les differents changemens, ou réductions des figures*, il eſt néceſſaire de parler ici de leurs différentes opérations dans pluſieurs ſections particulieres.

Digitized by Google

SECTION PREMIERE

De la Pratique des Lignes droites & courbes.

PROBLEMES.

I.

D'Un point donné A. *ſur une ligne droite donnée* BC. *élever une perpendiculaire* AD. *Fig.* 1. *pl. I.*

Du point B. & C. & d'une diſtance plus grande que la moitié de la ligne donnée, comme BF. CE. décrivez deux arcs de cercle, qui ſe couperont au point D. tirez la ligne AD. qu'on prolongera tant qu'on voudra, *& cette ligne* AD. *ſera la perpendiculaire demandée par le Théoreme* 1. *de la I. Partie page* 140.

I. REMARQUE.

Si la ligne donnée BC. étoit trop longue, prenez ſur icelle deux points E & F. également diſtants du point donné A. &

Digitized by Google

de ces deux points E. F. & d'une même ouverture de Compas, décrivez deux arcs de cercle s'entrecoupant au point D. *tirez pour lors la ligne* AD. *& prolongez la à volonté, elle ſera la perpendiculaire demandée.*

II. Remarque.

Si le point A. eſt donné ſans aucune ligne, il faut en ce point tirer la ligne BC. & operer ainſi qu'on vient de le dire, lorſque la ligne BC. eſt donnée.

II.

D'Un point donné A. *abaiſſer une ligne perpendiculaire ſur une ligne donnée* BC. *Fig. 2. pl. I.*

Du point A. comme centre, décrivez un arc de cercle qui coupe la ligne donnée BC. aux points EF.

Diviſez la partie de cette ligne EF. en deux également au point G. tirez enſuite la ligne GA. qu'on prolongera tant qu'on voudra, *& elle ſera la perpendiculaire demandée.*

III.

D'Un point donné A. *à l'extrêmité d'une ligne* AB. *élever une perpendiculaire.*

Prolongez s'il ſe peut la ligne BA. vers C. enſorte que AC. égale AB, enſuite des

Digitized by Google

points C & B. décrivez *d'une même ouverture de compas* deux arcs de cercle s'entrecoupant au point D. tirez la ligne AD. qu'on poura prolonger à volonté, *& ce ſera la perpendiculaire demandée. Figure* 4. *pl. I.*

AUTREMENT.

SOit l'extrêmité A. de la ligne propoſée AB. poſez à diſcretion le point C. audeſſus de la ligne AB. & de ce point & intervale CA. décrivez la portion de cercle DAE. tirez la ligne DCE. ſi l'on tire pour lors la ligne AE, *elle ſera perpendiculaire ſur l'extrêmité* A. *de la ligne* AB. *propoſée. Fig.* 3. *pl. I.*

AUTREMENT.

DU point A. décrivez l'arc GHM. & du point G. décrivez l'arc AH.

Du point H. décrivez l'arc AMN. du point M. décrivez l'arc NH. *ſi l'on tire pour lors la ligne* AN. *elle ſera perpendiculaire ſur l'extrêmité* A. *de la ligne* AB. *propoſée. Fig.* 5. *pl. I.*

IV.

SUr un angle donné ABC. *élever une perpendiculaire.*

De l'angle donné B. décrivez à diſcre-

on l'arc de cercle EF. des points E & F.
: d'une même ouverture de compas, dé-
rivez deux arcs de cercle s'entrecoupant
u point D. *ſi l'on tire pour lors la ligne* DB.
le ſera perpendiculaire ſur l'angle donné B.
ig. 6. pl. I.

V.

D'*Un point donné* A. *tirer une ligne pa-
rallele à une ligne donnée* BC. *Fig.* 7.
'. *I.*

Du point A. abaiſſez la perpendiculaire
F. ſur la ligne BC. ainſi qu'on l'a déja
ıſeigné.

Prenez un autre point H. à volonté ſur
ligne donnée BC. & ſur ce point élevez
perpendiculaire HG. parallele & égale
la précédente AF. pour lors ſi l'on tire
ligne DE. paſſant par les points G & A.
tte ligne ſera parallele à la ligne donnée BC.
*ır la définition des lignes paralleles, & par
Théoreme V. de la I. partie, page* 142.
150.

AUTREMENT.

D'Un point F. pris ſur la ligne donnée
BC. formez un arc de cercle paſſant
r le point donné A. enſuite d'un autre
ınt H. pris à volonté ſur cette même
ne, & d'une même ouverture de com-

pas, décrivez le ſecond arc de cercle paſſant par le point G. *Fig.* 8. *pl. I.*
Si vous tirez pour lors une ligne tangente à ces deux arcs de cercle par les points G & A. *cette ligne* DE. *ſera parallele à la ligne donnée* BC.

VI.

A Une ligne donnée BC. *tirer une ligne* DE. *qui lui ſoit parallele. Fig.* 9. *pl. I.*
D'un point G. pris à volonté ſur la ligne B, tirez une ligne oblique GA. du point G. & d'une ouverture de compas telle qu'on voudra, décrivez un arc de cercle HK. du point H. & de la même ouverture de compas, décrivez un autre arc de cercle GF. égal au précédent HK. *pour lors ſi l'on tire une ligne* DE. *paſſant par les points* F *&* K. *cette ligne* DE. *ſera parallele à la ligne donnée* BC. *à cauſe de l'égalité des angles alternes.*

VII.

D'Un point donné A. *tirer une ligne courbe parallele à une ligne courbe donnée* B C. *Fig.* 10. *pl. I.*
Prenez deux points à volonté DE. ſur la ligne courbe donnée BC. diviſez en deux également au point K. ſa portion DE. de ces deux points D & E. & d'une ouverture

Digitized by Google

e compas plus grande que la moitié des eux portions DK. EK. formez en dehors en en dedans de cet arc, des arcs de cercle entrecoupant aux points F & G. tirez les gnes FG. ſe coupant au point G. pour lors e point H. ſera le centre de l'arc de cercle lonné BC. je dis que ſi de ce centre H. & l'une ouverture de compas égale à la diſ- ance HA. l'on forme un ſecond arc de cer- le MAN. *cette ligne courbe ſera parallele à la ligne courbe donnée* BC. *à cauſe de la concentricité des deux arcs de cercle, I. Part. page* 139 *&* 154.

La propoſition ou problême précédent, ſuppoſe la connoiſſance de celui qui ſuit; ſçavoir,

VIII.

A Trois points donnez, faire paſſer une circonférence d'un cercle, pourvû que ces trois points ABC. *ne ſoient point ſur une même ligne. Fig.* 15. *pl. II.*

PRATIQUE.

TIrez du point A. au point B. & du point C. au même point B. deux lignes droites BA BC. diviſez les en deux également aux points D & E. ſur leſquels élevez les deux perpendiculaires DF. EF. qui ſe couperont au point F. *ſi de ce point* F.

Digitized by Google

& distance d'un des points donnez A. *ou* B. *ou* C. *l'on forme une circonférence ou arc de cercle, elle passera par les trois points donnez* ABC. *par le Théorême II. de la I. Partie page 159.*

AUTREMENT.

DEs points A & B. & d'une ouverture de compas plus grande que la ligne AB. décrivez dessus & dessous des arcs de cercle s'entrecoupant au points G. H. *Fig. 16. pl. II.*

De même des points B & C. & d'une ouverture de compas plus grande que la moitié de la ligne BC. décrivez dessus & dessous des arcs de cercle se coupant aux points L. M. si l'on tire pour lors les lignes GH. LM. elles se couperont au point K. pour lors, *si du point* K. *comme centre & intervalle* A. *ou* B. *ou* C. *l'on forme un cercle ou une portion de cercle, elle passera par les trois points donnez* ABC. *par le même principe.*

IX.

POur tracer sur le terrain une ligne droite d'une distance à une autre, comme de A *à* B. *Fig. 22. & 23. pl. III.*

1°. Lorsque le terrain est uni ou bien

plat, il faut aux deux points A & B. planter *deux jalons ou piquets* d'environ un pouce d'épaiſſeur ou groſſeur, & de trois ou quatre pieds de longueur ou hauteur, pointus par un des bouts, & fendus par leur autre extrêmité, enſorte qu'on puiſſe dans leur petite fente ficher une carte ou quarré de papier blanc.

Enſuite de dix en dix toiſes, comme aux points D. E. F. G. H. plantez des ſemblables jalons, enſorte qu'en bornoyant du point A. tous ces jalons, couvrent ou empêchent de voir le dernier jalon qui eſt ſur le point B. obſervant de planter ces jalons le plus à plomb qu'il ſera poſſible.

La hauteur des jalons peut remédier à l'inégalité du terrain, lorſqu'il n'eſt pas fort irrégulier, & il ſuffit que quelque partie du baton d'un jalon ſoit cachée par ceux de devant; car il n'eſt pas poſſible de trouver un terrain aſſez uni pour mettre tous les jalons à une même hauteur, pourvû qu'on ſoit aſſuré en bornoyant qu'ils ſont plantez dans une même ligne droite entre le premier & le dernier.

On peut auſſi éviter quelques petits fonds du terrain, en plantant les jalons au-delà, ou en deça ſur un lieu plus élevé.

Ainſi ayant planté les jalons D.E.F.G.H. enſorte que de trois en trois, le premier

couvre les d ux autres, je dis que ſi l'on tend une corde ou chaîne du premier jalon A. aux autres qui ſuivent, & qu'on faſſe un ſillon ſur la terre immédiatement au-deſſous de cette corde, l'on fera du point A. au point B. une ligne droite telle qu'on peut le ſouhaiter.

2°. *Lorſque les deux diſtances* A & B. *ne peuvent point être découvertes toutes les deux à la fois, à cauſe de l'inégalité du terrain, on pourra tracer entre ces deux points une ligne droite de cette maniere.*

Cherchez un point comme E. entre ces deux diſtances, d'où l'on puiſſe découvrir les deux points A & B. ſans déranger l'inſtrument avec lequel l'on peut découvrir ces deux extrêmitez A & B. & ayant du point E au point A. & du même point E au point B. fait la même operation que l'on vient d'expliquer, *on tracera avec la même facilité une ligne droite du point* A *au point* B. *par la définition de la ligne droite, I. Partie, page* 137.

Digitized by Google

De la Diviſion des Lignes.

PROBLEMES.

I.

DIviſer une ligne donnée AB. *en deux parties égales. Fig.* 11. *pl. I.*

Prenez ſur cette ligne deux points à volonté GH. & de ces deux points, ou des extrêmitez A & B. & d'une même ouverture de compas, (pourvû qu'elle ſoit plus grande que la moitié de la ligne AB. ou de ſa portion GH.) formez au-deſſus & au-deſſous de cette ligne des arcs de cercle s'entrecoupant aux points C & D. *ſi l'on tire pour lors une ligne droite* CD. *elle coupera ou diviſera la ligne donnée* AB. *en deux également au point* E. *par le Théorême IX. de la I. part. pag.* 143.

AUTREMENT.

DEs points B & A. & d'une même ouverture de compas plus grande que la moitié de la ligne donnée, décrivez deux portions de cercle s'entrecoupant aux points C. D. *ſi l'on tire de ces deux*

points de ſection la ligne droite CD. *elle coupera la ligne donnée* AB. *en deux également au point* E. *Fig.* 12. *pl. I.*

AUTREMENT.

LOrſque la ligne à diviſer AB. eſt ſur un terrain ſpacieux, au lieu de compas, il faut ſe ſervir d'une chaîne ou d'une corde, qu'il faut attacher alternativement avec un piquet aux deux extrêmitez de cette ligne A & B. & de ces deux points & extrêmitez, ayant formé des arcs de cercle (ſe coupant aux points CD.) avec cette chaîne ou corde, à laquelle il faut attacher une pointe pour marquer ſur le terrain les points de ſection C & D. *ſi avec une autre corde on forme une ligne droite* CD. *elle coupera la ligne donnée* AB. *en deux également au point* E. *Fig.* 13. *pl. I.*

II.

Diviſer une ligne AB. *en trois parties égales. Fig.* 14. *pl. II.*

Des points A & B. & d'une même ouverture de compas (pourvû qu'elle ſoit plus grande que la moitié de la ligne donnée) décrivez par deſſus & par deſſous cette ligne des arcs de cercle s'entrecoupant aux points H & I.

Digitized by Google

Tirez enſuite les lignes AH. HB. que vous diviſerez en deux également aux points L & M. *je dis que ſi vous tirez les lignes* LI. MI. *ces deux lignes couperont la ligne donnée* AB. *en trois parties égales par les points de ſection* N & O.

III.

Diviſer une ligne AB. *en autant de parties égales qu'on voudra, comme icy en ſix. Fig. 17. pl. II.*

De l'extrêmitez A. tirez à diſcretion une ligne oblique AD. & de l'extrêmité B. tirez en une autre BC. parallele à AD.

Enſuite des points A & B. & ſur les lignes AD. BC. prenez à diſcretion cinq parties égales marquées par les chifres 1. 2. 3. 4. 5. *ſi l'on tire pour lors d'un chifre à l'autre des lignes droites paralleles, comme* 1. 5. 2. 4. *&c. ces lignes couperont la ligne donnée* AB. *en ſix parties égales aux points* e. f. g. h. i.

Remarque.

L'Exemple précédent peut ſervir pour tout autre, en obſervant toûjours de prendre ſur les lignes paralleles AD. BC. *autant de parties égales à volonté (pourvû qu'il y en ait une moins) que vous voulez diviſer la ligne donnée* AB.

Digitized by Google

AUTREMENT.

POur diviſer une ligne droite donnée AB. *en tant de parties égales qu'on voudra, comme par exemple en quatre. Fig.* 18. *pl. II.*

Tirez au-deſſus de la ligne donnée une ligne CD. qui lui ſoit parallele, mais plus petite, ayant porté ſur CD. quatre parties égales à volonté 1. 2. 3. 4. tirez AC. BD. que vous continuerez juſques à leur rencontre au point E. *je dis que ſi l'on tire du point* E. *des lignes par les diviſions* 1. 2. 3. *elles diviſeront la ligne donnée* AB. *en quatre parties égales aux points* F. G. H.

IV.

POur diviſer une ligne droite donnée AB. *terminée ſelon des raiſons données ou propoſées à être diviſées ſelon les raiſons* C. D. E. F. *Fig.* 19. *pl. II.*

Du point A. tirez à diſcretion une ligne oblique AG. & ſur cette ligne portez les quatre lignes ou raiſons données, enſorte que AH. égale la ligne C. que HI. égale la ligne D. IL. égale E. & que LM. égale F.

Tirez enſuite la ligne BM. *je dis pour lors que ſi des points* L. I. H. *on tire à cette ligne les paralleles* LN. IO. HP. *elles diviſeront la ligne* AB. *ſelon les trois raiſons données*

C. D. E. F. *aux points* P. O. N. *par l'article particulier des lignes proportionelles & reciproques, I. part. pag.* 200.

V.

OTer ou retrancher d'une ligne donnée AB. *telle partie qu'on voudra, comme icy la cinquiéme partie. Fig.* 20. *pl. II.*

Tirez la ligne indefinie AC. ſur laquelle portez à volonté cinq parties égales 1. 2. 3. 4. 5. de la derniere diviſion 5. tirez la ligne B 5. *je dis pour lors que ſi de la premiere diviſion* I. *l'on tire une ligne* ID. *parallele à* 5. B. *la portion* AD. *ſera la cinquiéme partie de la ligne* AB. *que l'on en veut retrancher.*

VI.

COuper la partie qu'on voudra d'une ligne donnée AB. *par exemple les trois cinquiémes. Fig.* 21. *pl. II.*

Faites un angle à volonté ECD. & prenez ſur un de ſes côtez CD. cinq parties égales & à diſcretion, enſorte que la portion CF. en contienne trois, prenez enſuite ſur CE. la valeur CH. égale à la ligne AB. tirez enfin DH. & ſa parallele FG. *pour lors la ligne* CG. *contiendra les trois cinquiémes de* CH. *& par conſéquent de* AB.

Digitized by Google

VII.

Couper une ligne droite AB. *terminée dans la moyenne & extrême raiſon, enſorte que le rectangle compoſé de toute la ligne, & de l'une de ſes deux parties, ſoit égal au quarré conſtruit ſur l'autre partie. Fig. 24. pl.* III.

Elevez la perpendiculaire AG. prolongée vers D. faites AC. égale à la moitié de AB. du point C. & de l'intervale CB. décrivez l'arc BK.

Du point A. & de l'intervale AK. décrivez l'arc KE. *pour lors la ligne* AB. *ſera coupée ou diviſée en* E. *dans la moyenne & extrême raiſon.*

Car ſi vous faites le rectangle AH. de la toute AB. & de ſa partie BE. ce rectangle ſera égal au quarré AF. conſtruit ſur ſa plus grande partie AE. *par le Théorême 5. de la I. partie pag.* 246.

AUTREMENT.

Pour couper ou diviſer une ligne AB. *en moyenne & extrême raiſon. Fig. 25. pl.* III.

A l'extrêmité B. de la ligne donnée, élevez la perpendiculaire BO. égale à la moitié de la ligne AB. du point O. comme centre, & de l'intervale OB. décrivez un cercle.

Digitized by Google

De l'autre extrêmité A. de la ligne donnée, & par le centre du cercle O. tirez la ligne AOD. qui coupera la circonférence du cercle au point E. faites enſuite AC. égale à AE. *& la ligne* AB. *ſera coupée en moyenne & extrême raiſon au point* C. *c'eſt-à-dire que* AB. AC :: AC. CB.

Car ED. eſt égale à AB. parce qu'elle eſt diametre du cercle, & que le rayon OB. eſt égal à la moitié de AB. la ligne AB. étant tangente AD. AB. :: AB. AE. ou AC. à laquelle elle eſt égale; donc en ôtant AD. moins AB. ou DE. qui eſt AE. ou AC. eſt à AB. comme AB. moins AC. qui eſt CB. eſt à AC.

Et *en renverſant* AB. AC :: AC. CB. *donc* AB. *eſt coupée en moyenne & extrême raiſon. par le Théorême* VI. *de la I. partie pag.* 246.

REMARQUE.

QUoique dans la figure 25. *pl.* III. *le cercle ne ſoit point de la grandeur qu'il convient d'être ſelon ce Problême, cependant il faut le conſiderer comme ſi ſon Rayon* BO. *étoit égal à la moitié de la ligne donnée* AB. *car la démonſtration qu'on donne icy de ce problême n'eſt bonne que dans cette hypotheſe.*

Digitized by Google

VIII.

A Deux lignes droites données A & C. *trouver une moyenne proportionelle. fig.* 26. *pl.* III.

Tirez une ligne indéterminée DG. sur laquelle prenez DE. égale à la ligne donnée A. & EF. égale à C.

Divisez pour lors la ligne totale DF. en deux parties égales au point O. & de ce point comme centre & intervale OD. décrivez un cercle.

Au point E. élevez la perpendiculaire EH. qui coupera la circonférence du cercle au point H. *pour lors cette perpendiculaire* EH. *sera moyenne proportionelle aux deux lignes données* A & C. *car* DE. EG :: EF. *& par conséquent* AB :: BC. *ces lignes étant égales aux précédentes par le Théorême* XII. *de la I. part. pag.* 213. *&* 217.

IX.

ENtre deux lignes droites données I. *&* H. *trouver deux moyennes proportionelles. Fig.* 27. *pl.* III.

Tirez une ligne AB. égale à la ligne H. & abaissez au point B. la perpendiculaire BC. égale à la ligne I.

Menez la ligne AC. coupez-la en deux également au point F. élevez les perpen-

Digitized by Google

diculaires AO. & CR. du point F. comme centre, décrivez l'arc de cercle DE. en telle ſorte, que la corde DE. touche l'angle B.

Pour lors les deux lignes AD. CE. *ſeront moyennes proportionelles entre les deux lignes données* H & I. *par l'article des lignes proportionelles & reciproques, I. part. pag.* 200. *&c.*

X.

TRois lignes A.B.C. *étant données, trouver une quatriéme proportionelle. Figure* 29. *pl.* III.

Tirez deux lignes qui faſſent tel angle E. que l'on voudra, prenez ſur l'une de ces lignes la partie EF. égale à la ligne donnée A. & ſur l'autre FG. égale à B. tirez la ligne GF.

Prenez enſuite ſur la ligne EF. la ligne FH. égale à C. & tirez HK. parallele à FG. faites la ligne D. égale à GK. *& cette ligne ſera la quatriéme proportionelle que l'on vouloit connoître.*

Car à cauſe des paralleles FG. & HK. EF. EG :: FH. GK. & par conſéquent A. B :: C. D. ces quatre lignes étant égales aux précédentes, *donc* D. *eſt la quatriéme proportionelle qu'on cherche.*

Digitized by Google

AUTREMENT.

DIſpoſez les deux premières lignes AB. de 15 toiſes, & AD. de 10. ſur une même ligne droite, l'extrêmité A. étant commune à toutes deux. *Figure* 30. *pl.* IV.

Tirez enſuite la troiſiéme ligne AC. de 12 toiſes, formant avec AB. tel angle qu'on voudra, & ayant joint BC. qui ſe trouvera de 9 toiſes, tirez ſa parallele DE. qui ſera de 6 toiſes.

Pour lors la diſtance AE. qui ſera de 8 toiſes, ſera la quatriéme ligne proportionelle aux trois lignes données.

Car dans cette proportion 10. 15 :: 8. 12. donc les quatre lignes BA. DA. AE. AC. ſont proportionelles.

XI.

A *Deux lignes droites données* AB. BC. *trouver une troiſiéme proportionelle*, c'eſt-à-dire qui ait même raport à BC. que AB. a avec BC. *Fig.* 28. *pl.* III.

Prenez de ſuite les lignes données AB. BC. enſorte qu'elles ne faſſent qu'une même ligne, tirez enſuite à diſcretion la ligne AF. ſur laquelle portez la diſtance AD. égale à la ligne BC. & ayant tiré la ligne DB. & ſa parallele CE. *je dis que la ligne*

Digitized by Google

DE. *ſera la troiſiéme proportionelle aux deux lignes données* AB. BC.

XII.

POur faire des échelles proportionelles, c'eſt-à-dire d'un même nombre de parties égales chacunes, ſur des longueurs inégales données. Fig. 31. *pl.* IV.

Soient les trois grandeurs inégales données D. E. G. auſquelles on veut faire trois échelles qui leur ſoient égales, & qui contiennent chacune ſoixante parties égales.

Tirez une ligne AO. à volonté, & ſur icelle, & d'une ouverture de compas telle qu'on voudra, portez ſix parties égales, comme AC. ces ſix parties vous donneront AB.

Faites enſuite ſur cette ligne AB. le triangle équilateral ABF. prolongez FA. à volonté vers R. & FB. vers Y.

Menez du point F. des lignes par tous les points de diviſion de la ligne AB. comme 1. 2. 3. 4. 5.

Enfin coupez FL. FI. égales à D. FM. FN. égales à E. FP. FS. égales à G. *& pour lors les lignes* LI. MN. PS. *ſeront les trois échelles demandées.*

Digitized by Google

XIII.

Pour trouver le centre d'un cercle dont on a la circonférence. Fig. 32. pl. IV.

Soit le cercle ABC. tirez à volonté dans ce cercle une corde AB. diviſez-la en deux également au point D. & ſur ce point élevez une perpendiculaire DC. laquelle étant prolongée, coupera le cercle aux points CE. *ſi l'on diviſe pour lors cette ligne en deux parties égales au point* O. *ce point ſera le centre du cercle qu'on vouloit trouver par le Théor. II. de la I. part. pag.* 159.

AUTREMENT.

PRenez ſur la circonférence du cercle donné trois points à volonté A.B.C. & ayant tiré d'un point à l'autre deux lignes droites AB. CB. élevez ſur le milieu d'icelles les perpendiculaires DE. leſquelles ſe couperont au point G. *pour lors ce point* G. *ſera le centre du cercle qu'on vouloit connoître. Fig.* 33. *pl. IV.*

XIV.

D'Un point donné A. *mener une ligne droite qui touche un cercle propoſé. Fig.* 34. *pl. IV.*

Du centre B. tirez la ſecante BA. diviſez la en deux également au point C. & de

l'intervale CA. décrivez le demi cercle ADB. coupant le cercle donné en D. *ſi l'on tire pour lors la ligne* AE. *paſſant par le point* D. *elle ſera tangente au cercle donné, & ne le touchera qu'en ce ſeul point, par les Théor.* 14. *&* 15. *de la I. part. pag.* 162. *&* 163.

XV.

A Un point donné A. *d'un cercle propoſé* ABC. *faire paſſer une ligne qui touche ce cercle. Fig.* 35. *pl. IV.*

Du point D. comme centre du cercle, tirez la ligne DF. enſorte que AF. égale AD. ou que ſa portion AE. égale AG. par le point A. menez la perpendiculaire AH. que vous prolongerez vers I. *pour lors cette ligne* HI. *ſera tangente au cercle donné, & ne paſſera que par le point* A. *qui eſt propoſé.*

XVI.

D'Un point donné K. *hors d'un cercle* FGH. *tirer deux tangentes à ce cercle. Fig.* 36. *pl. IV.*

Du point C. comme centre & intervalle CK. décrivez un autre cercle concentrique au cercle donné.

Tirez le rayon ou ligne CK. qui coupera le cercle donné au point F. & par ce point, tirez la corde du grand cercle MN.

Digitized by Google

coupant perpendiculairement KC.

Cela fait, du point K. prenez dans le grand cercle de part & d'autre les deux arcs KB. KD. égaux chacun à l'arc MN. tirez les deux lignes ou cordes KB. KD. *& ce seront les deux tangentes demandées*, lesquelles toucheront le cercle donné au point ou les rayons du grand cercle MC. NC. coupent les cordes, ou ces mêmes tangentes.

L'on voit par le problême cy-dessus, qu'on ne peut tirer que deux tangentes au cercle.

AUTREMENT.

DU point donné K. tirez une ligne KC. au centre du cercle, laquelle vous diviserez en deux également au point D. *Fig.* 37. *pl. IV.*

Du point D. comme centre & intervalle DK. ou DC. décrivez un cercle qui coupera le cercle donné aux points F & G. *si l'on tire pour lors les lignes* KF. KG. *elles seront tangentes au cercle donné.*

XVII.

POur faire une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle donné CDB. *Fig.* 38. *pl. IV.*

Tirez une ligne indéterminée FG. sur laquelle vous porterez trois fois le diametre

metre du cercle donné CB. & ſa ſeptiéme partie EB. *pour lors la ligne totale* FB. *ſera une ligne à peu près égale à la circonférence du cercle donné; car l'on n'en ſçauroit trouver une qui lui ſoit parfaitement égale, ainſi qu'on l'a dit dans la premiere partie, par le Théorême* II. *de la I. Part. pag.* 321. *&c.*

PROBLEME GENERAL

Pour trouver la circonférence d'un Cercle.

1°. ON doit obſerver que quand le diametre de ce cercle eſt de 100000. parties égales, ſa circonférence eſt d'environ 314160. ſemblables parties, & par conſéquent le diametre d'un cercle eſt à ſa circonférence à peu près comme 100000. eſt à 314160. ou comme 10000. à 31416. ou comme 7. eſt à 22.

Ce raport ſervant à trouver la circonférence d'un cercle, dont on connoît le diametre, *on doit multiplier le diametre du cercle par* 31416. *& diviſer le produit par* 10000. cette diviſion ſe fait en retranchant de ce produit quatre figures à la droite, parce que les figures qui reſteront à la

gauche dudit produit, *feront connoître la circonférence du cercle*, & les figures retranchées seront le numerateur d'une fraction, dont le dénominateur seroit 10000.

2°. Pour connoître la circonférence d'un cercle, dont le diametre est par exemple de 64. pieds, il faut multiplier 64. pieds valeur du diametre, par le nombre proportionel 31416. & du produit 201024 en retrancher les quatre dernieres figures, *& ce qui restera* 201 *pieds* 624 / 10000 *sera la circonférence du cercle dont le diametre seroit de* 64 *pieds.*

3°. *Mais si on vouloit connoître le diametre d'un cercle par sa circonférence connuë, on feroit tout le contraire du problême précédent.*

Car il faudroit multiplier cette circonférence par 100000. ce qui se fera en lui ajoutant vers la droite quatre zeros, & l'on divisera le produit par 31416.

Ainsi pour connoître le diametre d'un cercle dont la circonférence est de 154 pieds, on ajoutera quatre zeros à la droite de ce nombre 154 0000. & on divisera le produit 1540000. par le nombre proportionel 31416. *& l'on aura* 46 *pieds* 616 / 31416

pour le diametre du cercle, dont la circonférence eſt de 154 *pieds.*

XVIII.

POur trouver une ligne droite égale à un arc de cercle donné BCD. *Fig.* 39. *pl.* V.

Diviſez l'arc donné BCD. en deux également au point C. tirez les cordes BC. DC. & BD. que vous prolongerez à volonté vers F. & ſur cette derniere corde ou ligne BF. prenez une grandeur BE. qui ſoit double d'une des cordes BC. ou DC. & ayant ajouté à cette ligne BE. la troiſiéme partie de la ligne DE. *vous aurez la ligne* BG. *à peu près égale à la ligne courbe donnée* BCD. *mais la difference eſt ſi petite, lorſque l'arc* BCD. *ne paſſe pas* 30 *degrez, qu'il ne s'en faut pas une partie de cent mille, qu'on peut donner au rayon* AB. ou AD. *du cercle, dont l'arc donné eſt une partie.*

AUTREMENT.

POur trouver une ligne droite égale à peu près à une ligne courbe donnée AB. *Fig.* 40. *pl.* V.

Tirez une ligne droite indéterminée DE prenez ſur la ligne courbe propoſée une ligne AC. ſi petite que la courbure de cette ligne ſoit imperceptible, portez cette petite partie ſur AB. autant de fois qu'elle

y poura être compriſe, par exemple icy dix fois.

Portez autant de ces parties ſur la ligne indéterminée DE. leſquelles ſe termineront en F. *& vous aurez la ligne* DF. *aſſez préciſément égale à la courbe* AB.

XIX.

Pour faire paſſer une circonférence de cercle par trois points donnés, ſans en connoître le centre. Fig. 41. *pl.* V.

Il faut que les trois points donnez ne ſoient pas ſur une même ligne droite, mais qu'ils puiſſent former un triangle ACB. ſans en chercher le centre, on commencera par décrire l'arc de cercle AC. en cette ſorte.

Ayant imaginé les lignes ou cordes AC. CB. on fera avec du carton ou deux regles de bois un angle égal à l'angle ACB. dont les côtez CA. CB. ſoient prolongez vers E. F.

Après avoir appliqué cet angle de carton, ou de regle de bois ſur l'angle ACB. on décrira l'arc CA. en abaiſſant la pointe C. vers le point A. de façon que le point A. (*où l'on aura planté un piquet ou quelque pointe*) ſoit toûjours appliqué le long du côté CAE. en même temps que le point B. demeurera appliqué le long du côté CBF.

Digitized by Google

pour lors le point C. *décrira par ſon mouvement l'arc* AC.

Le même angle ACB. ſervira à décrire l'autre arc CB. en même temps qu'on abaiſſera la pointe C. vers B. il faut que le point B. demeure appliqué le long du côté CF. & que le point A. demeure appliqué le long du côté CE. & c'eſt ainſi que le point C. décrira l'arc de cercle CB.

Mais pour décrire le troiſiéme arc de cercle AB. ſur le côté AB. on fera avec du carton, ou les mêmes regles de bois, un angle égal à l'angle ABC. dont les côtez ſeront auſſi prolongez vers G.H. en obſervant les mêmes précautions que l'on a obſervé, en décrivant les autres deux arcs CA. CB. la pointe B. par ſon mouvement vers A. décrira l'arc BA. ſoutenu par la ligne AB. *& pour lors ces trois arcs* AC. CB. BA. *formeront la circonférence du cercle* ACB. *qu'on cherchoit ſans en connoître le centre.*

XX.

Pratique Generale.

Pour tracer une ligne courbe de quelque cercle que ce ſoit, ſans en connoître le centre, ni ſans avoir beſoin d'operer ſur le terrain. Fig. 42. *pl.* 5.

Digitized by Google

Par exemple, l'on veut avoir une courbe de 5 pieds de longueur, qui ſoit une portion d'un cercle de 120 pieds de diametre.

Il faut pour parvenir à peu près à la connoiſſance de cette courbe, ou de cet arc de cercle, faire cette annalogie, comme 7 eſt à 22. ainſi 120 pieds diametre d'un cercle ſera à ſa circonférence inconnuë.

Or, pour connoître cette circonférence inconnuë, multipliez le

nombre 22 premier moyen

par les 120 pieds du diametre connu

440

22

& le prod. 2640 étant diviſé par le

nombre 7 premier extrême,

donnera le

quotien 377 pieds & $\frac{1}{7}$ qui ſera la valeur de la circonférence du cercle, dont le diametre eſt de 120 pieds, *cela eſt évident.*

Car dans cette regle, le produit des extrêmes eſt égal au produit des moyens, comme on le voit cy-après.

Digitized by Google

1°.		2°.	
Multipliez *un 7e second extréme.*	37	Multipliez *premier moyen*	22
par	7	par *second moyen*	120
premier extrême	2639		440
plus	1		22
	7e.	& vous aurez le nombre	2640
donnera le nomb. produit des extrêmes.	2640	produit des moyens égal au précédent.	

Ainſi ſuivant cette preuve convaincante, la circonférence d'un cercle dont le diametre eſt de 120 *pieds, ſera de* 377 *pieds & un ſeptiéme.*

Lorſqu'on eſt parvenu à la connoiſſance de la valeur entiere de la circonférence du cercle de 377 pieds & $\frac{1}{7}^{e}$, il faut parvenir à la connoiſſance de la portion de ce cercle que l'on veut connoître, *c'eſt-à-dire, du nombre de degrez dont elle eſt compoſée pour pouvoir la tracer.*

comme l'on veut avoir cette portion de cercle d'environ cinq pieds quelques minutes, il faut faire l'annalogie ſuivante.

Si 377 pieds & $\frac{1}{7}^{e}$ de circonférence donnent 360 degrez, qui eſt la valeur entiere d'un cercle, combien une portion de 5

pieds de la même circonférence contiendra-t-elle de degrez.

Pour le ſçavoir,

multipliez les 360 degrez

par les 5 pieds

& le produit ſera 1800

(2
3(9
ϕ2(2

lequel prod. 18ϕϕ | *le quotien ſera 4 degrez 46 minutes.*

étant diviſé

par les 3ϑϑ & $\frac{1}{7}^{e}$ qu'on peut négliger

donnera le quotien 4 degrez & environ 46 minutes pour la valeur de la portion de cercle qu'on demande, dont la corde eſt d'environ 5 pieds, & le diametre du cercle entier de 120 pieds.

Car dans cette Regle, comme dans la précédente, le produit des extrêmes eſt égal au produit des moyens, comme on le voit icy.

Digitized by Google

1°.	2°.
Multipliez 360 degrez	Multipliez 377 *pieds & un 7e*
par les 5 pieds,	par les 4
& le nombre 1800 *ſera le produit des moyens.*	*degrez 46 minutes*, l'on aura pour prod. 1508
	ajoutez-y les 292
	qui ſont les reſtés à la diviſion, & le produit total 1800 *des extrêmes ſera égal à celui des moyens.*

Les deux operations précédentes étant faites, il faut en venir à la pratique, & pour cela.

Ayez deux regles de bois bien droites & bien polies AB. BC. ſe joignant au point B. & s'ouvrant & ſe fermant en forme de compas, obſervant de les faire de 5 pieds & demi chacune; & à proportion de la corde de l'arc de cinq pieds, elles doivent être diviſées exactement autant qu'on peut le faire en pieds, pouces & lignes.

Tirez enſuite ſur un plan bien de niveau une ligne droite EF. à volonté, ſur laquelle vous prendrez la grandeur EF. de cinq pieds, & ſur chaque point E & F. élevez-y deux piquets bien polis, & bien perpendiculaires.

Ouvrez enſuite ces deux regles, enſorte

Digitized by Google

que l'angle exterieur qu'elles peuvent faire KBC. ſoit de quatre degrez 46 minutes, & ayant arrêté ces deux regles par une troiſiéme GH. afin qu'elles ne puiſſent plus s'ouvrir ni ſe fermer davantage, faites gliſſer ces deux regles AB. BC. ainſi arrêtées contre les deux piquets E. & F. ſans les en ſéparer.

Pour lors le point B. *où ſe joignent les deux regles, décrira un arc de cercle* EBF. *qui ſera une portion d'un cercle, dont le diametre eſt de* 120 *pieds, & ſon rayon de* 60. *& cet arc* EBF. *aura* 5 *pieds, & quelques lignes de longueur, qui eſt ce qu'on vouloit connoître.*

Remarque.

Quoique l'analogie de 7 *à* 22 *ſoit juſte dans cet exemple, elle ne l'eſt pas cependant dans tous, mais elle ſert toujours à trouver à peu près la vérité de ce qu'on cherche en s'en ſervant; les deux nombres de* 113 *à* 355 *ſont plus exacts à trouver la circonference d'un cercle, lorſqu'on en connoît le diametre.*

XXI.

Sur une ligne droite AB. *décrire un ſegment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné* C. *Fig.* 43. *pl.* 5.

Faites l'angle BAD. égal à l'angle donné C. & ſur le point A. élevez la perpendiculaire AF.

Digitized by Google

Coupez AB. en deux également, & du milieu H. élevez la perpendiculaire HE. qui coupera AF. au point F. ſi du point F. comme centre l'on décrit l'arc de cercle BGA. & qu'on mêne les deux cordes BG. GA. égales entre elles, pour lors l'angle BGA. ſera égal à l'angle C. *donc l'on aura un ſegment* ABG. *capable d'un angle égal à un angle donné* C.

XXII.

Couper d'un cercle donné B. *un ſegment capable d'un angle, égal à un angle donné* D. *Fig.* 44. *pl.* V.

Tirez le rayon BA. & la perpendiculaire FA. faites l'angle FAC. égal à l'angle donné D. tirez la corde CE. égale à AC.

Si l'on tire pour lors la grande corde AE. l'angle CEA. ſera égal à l'angle FAC. *donc l'on aura le ſegment* ACE. *capable d'un angle égal à l'angle donné* D. *& que l'on veut retrancher du cercle propoſé.*

XXIII.

Pour décrire une ligne ſpirale ſur une ligne droite donnée AB. *Fig.* 45. *pl.* V.

Si l'on veut que cette ligne ſpirale ait quatre révolutions, il faut diviſer la moitié de la ligne AB. en quatre parties égales

Digitized by Google

AD. ou toute cette ligne en huit parties égales AB. *ainſi qu'on le voit dans la Figure 45. pl.* V.

Diviſez enſuite la partie DE. ou DF. en deux également au point C. & de ce point comme centre, décrivez le petit demi cercle DE. & les trois autres par-deſſus FG. HI. LB.

Du point D. comme un ſecond centre, décrivez le petit cercle FE. & les trois autres cercles de deſſous la ligne HG. LI. & AB. *pour lors la ligne circulaire qui a formé tous les cercles tant deſſus que deſſous la ligne donnée* AB. *ſera la ligne ſpirale demandée.*

XXIV.

POur conſtruire une ovale ſur une ligne droite donnée AB. *Fig. 46. pl.* V.

Diviſez cette ligne AB. en trois parties égales aux points C. & D. & de ces deux points, comme centres & diſtances CA. DB. décrivez deux cercles égaux, leſquels ſe couperont aux points E & F.

Tirez enſuite les deux paralleles FDH. ECG. je dis que ſi du point E. & diſtance G. l'on tire la courbe GI. & que du point F. & diſtance H. l'on décrive l'autre courbe HL. *l'on aura pour lors l'ovale qu'on demande* AGIBHL. *cette pratique eſt purement méchanique.*

AUTREMENT.

AYant divisé la ligne donnée AB. en trois parties égales aux points C. & D. décrivez deux triangles équilateraux CKD. CID. dont vous prolongerez les côtez par les points C & D. & intervale CA. ou DB. *Fig.* 47. *pl.* VI.

Pour lors du point C. & distance A. décrivez l'arc de cercle FAE.

Du point D. & distance B. décrivez l'arc HBG.

Du point I. & distance E. décrivez l'arc EG.

Et enfin du point K. & distance F. décrivez l'arc FH. *& vous aurez pour lors décrit une ovale* AEGBHF.

XXV.

POur construire une ovale sur le terrain & sur une ligne donnée AB. *Fig.* 48. *pl.* VI.

Prenez sur cette ligne deux grandeurs égales & à volonté CA. DB.

Aux points C & D. plantez-y deux piquets, ausquels vous attacherez une corde pliante, ensorte que cette corde étant pliée, ou formant deux lignes CE. ED. puisse justement aller toucher les points A& B.

Je dis pour lors que si avec un piquet

Digitized by Google

passé dans la corde au point E. l'on décrit au-dessus & au-dessous de la ligne AB. les arcs de cercle AFB. AGB. *l'on aura décrit une ovale, cette operation est la plus géometrique.*

XXVI.

POur construire une ovale sur deux diametres, donnés AB. CD. *fig.* 49. *pl. VI.*

Divisez le grand diametre AB. en deux également aux point G. sur lequel point portez le petit diametre perpendiculairement, ensorte GC. égale GD.

Ensuite ayant pris sur le grand diametre deux points E. & F. ensorte que les lignes tirées de ces points au point C. comme FC. EC. soient égales au grand diametre AB.

Supposez donc que les points E. & F. soient deux piquets, & que les deux lignes EC. CF. soient formées par une corde, décrivez du point C. au moyen d'une pointe, ou quelque autre instrument l'arc ACB. & l'arc ADB. *& vous aurez l'ovale demandée.*

XXVII.

POur trouver le centre d'une ovale BCGDAH. *Fig.* 50. *pl.* VI.

Tirez à volonté dans l'ovale donnée les deux paralleles AB. DC. que vous diviserez en deux également, aux points E & F. tirez ensuite des points E & F. la ligne

droite GH. traverſant l'ovale, pour lors ayant diviſé cette ligne GH. en deux également au point I. *l'on aura en ce point le centre de l'ovale qu'on vouloit trouver.*

XXVIII.

POur trouver en même temps le centre & les deux diametres d'une ovale donnée. fig. 51. *pl.* VI.

Tirez à diſcretion dans l'ovale propoſée deux paralleles XN. HI. que vous diviſerez en deux également aux points L & M. & ayant tiré la ligne PO. paſſant par les deux points LM. *le point milieu* E. *de cette ligne ſera le centre de l'ovale.*

De ce point E. comme centre, décrivez un cercle parfait coupant l'ovale aux points F & G. & de ces deux ſections, tirez les lignes FG. que vous diviſerez en deux également aux points R. S. *tirez pour lors la ligne* BSERD. *& vous aurez le grand diametre de l'ovale.*

Tirez enſuite ſur le point E. comme centre de l'ovale, & à angles droits la ligne AEC. *& vous aurez le petit diametre de l'ovale.*

XXIX.

POur conſtruire une ovale prolongée ou en forme d'elipſe ſur une ligne donnée AB. *Fig.* 52. *pl.* VI.

Digitized by Google

Diviſez cette ligne AB. en quatre parties égales, & au milieu C. élevez-y la perpendiculaire CD. égale à AB. & également diviſée en quatre parties égales.

Au point D. extrêmité de cette perpendiculaire, tirez à AB. la parallele GH. qui ne ſoit que la moitié de AB. & diviſée en deux également au point D.

Tirez enſuite les lignes BH. AG. & portez ſur ces deux lignes le tiers de la ligne donnée, comme AM. BL.

Cela étant fait, du point F. décrivez l'arc de cercle AEB. du point I. décrivez l'arc de cercle GNH. du point M. décrivez l'arc de cercle BPH. & enfin du point L. décrivez l'arc AOG. *& vous aurez pour lors l'elipſe ou ovale propoſée.*

Pour trouver le centre d'une elipſe, on ſe ſervira de la méthode qu'on a donné cy-devant pour trouver celui de l'ovale parfaite.

XXX.

POur conſtruire une parabole ſur un diametre donné AB. *& ſur une baſe* EF. *Fig.* 53. *pl.* VI.

Elevez au point B. milieu de la baſe FE. le diametre donné AB. perpendiculairement, tirez au point A. une ligne AC. parallele à BE. & diviſez enfin le diametre AB. en tant de parties égales qu'on voudra, comme icy en cinq aux points 1. 2. 3. 4. 5. &

de chaque point de diviſion tirez à volonté des paralleles aux lignes AC. BE.

Diviſez l'angle droit CAB. en deux également ; tirez la ligne AD. enſorte qu'elle faſſe un angle de 45 degrez DAB. cette ligne AD. coupera toutes les paralleles aux points 1. 2. 3. 4. 5. & fera enſorte que la ligne A1. ſera égal à 1. 1. que la ligne A 2. ſera égale à la ligne 2. 2. que la ligne A 3 ſera égale à la ligne 3. 3. (ainſi des autres juſqu'à l'infini, ſi le cas y étoit.)

Cela étant fait, prenez avec le compas la valeur de la ligne 2. 2. *& de la même ouverture de compas* du point I. comme foyer de la parabole, coupez la ligne 2. 2. au point H.

Enſuite prenez la valeur de la ligne 3. 3. & du point I. coupez cette ligne (*avec la même ouverture de compas*) au point I.

De plus prenez la valeur de la ligne 4. 4. & du même point I. *& avec la même ouverture de compas*, coupez cette ligne au point K.

Et enfin, prenez la valeur de la ligne 5. 5. & du même point I. *comme foyer de la parabole, & de la même ouverture de compas*, coupez cette ligne au point E. qui eſt l'extrêmité de la baſe donnée, & vous aurez les demi ordonnées de la parabole qui ſeront 1G. 2H. 3I. 4K. 5E.

Digitized by Google

Si l'on tire pour lors du point A. une ligne en adouciſſant qui paſſe pas les points G. H. I. K. E. *l'on aura décrit la moitié de la parabole demandée, ainſi ſi l'on fait de l'autre côté du diametre* AB. *la même operation, l'on aura la parabole entiere.*

AUTREMENT.

SI l'on veut conſtruire ou tracer une parabole ſur un diametre donné CD. *fig.* 54. *pl. VII.*

Prenez ſur ce diametre une grandeur à volonté CA. & du point A. comme centre & diſtance AC. décrivez un cercle CIB. décrivez enſuite tout autant de cercle que vous voudrez entre le point C. & le point D. enſorte que leurs circonférences paſſent toutes par le point C.

Elevez enfin au point A. la perpendiculaire AG. laquelle coupera tous ces cercles aux points 1. 2. 3. 4. 5.

Cela étant fait, tirez à part une ligne indéfinie AK. ſur laquelle vous porterez la valeur AB. égale à AI. du petit cercle, & vous ferez la grandeur BI. égale à la grandeur AB.

Portez encore la grandeur A2. de la perpendiculaire AG. ſur l'indéfinie AK. & faites la parallele 2. 2. égale à A2.

De même portez la valeur A3. de la perpendiculaire, ſur l'indéfinie AK. &

Digitized by Google

faites la parallele 3. 3. égale à A3.

De plus, portez la valeur A4. de la perpendiculaire sur l'indéfinie, & faites la parallele 4. 4. égale à A4. enfin prenez la valeur A5. de la perpendiculaire AG. & portez la sur l'indéfinie AK. & faites la derniere parallele 5. 5. égale à A5. & vous aurez les demi ordonnées de la parabole BI. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5.

Pour lors si du point A. vous tirez une ligne courbe, en adoucissant & passant par les points 1. 2. 3. 4. 5. des demi ordonnées, *vous décrirez la moitié de la parabole demandée, & si ensuite vous transportez de l'autre côte les mêmes demi ordonnées en faisant la même operation, vous décrirez la parabole entiere.*

AUTREMENT.

POur tracer une parabole sur une ligne donnée AB. du point A. comme centre & intervale AB. décrivez un cercle BOP. & sur le rayon AB. tirez tout autant que vous voudrez de perpendiculaires ou paralleles entre elles, pourvû qu'elles soient toutes également éloignées l'une de l'autre, lesquelles couperont le cercle aux points 1. 2. 3. 4. 5. 6. & 7. *fig. 55 p. VII*

Prenez ensuite la corde BI. & portez la sur la premiere parallele, & vous aurez

Digitized by Google

la valeur 1. 1. pour la premiere demi ordonnée de la parabole.

Prenez la seconde corde B2. & portez-la sur la seconde parallele, & vous aurez la seconde ordonnée 2. E.

Prenez la troisiéme corde B3. & portez la sur la troisiéme parallele, & vous aurez la troisiéme ordonnée 3. F.

Prenez la quatriéme corde B4. & portez-la sur la quatriéme parallele, & vous aurez la quatriéme ordonnée 4. G. & enfin jusques à la septiéme ayant pris la septiéme corde B7. portez-la sur la septiéme parallele, & la valeur 7K. sera votre septiéme & derniere ordonnée.

Pour lors si du point B. l'on trace une ligne passant par les points I.E.F.G.H.I.K. *l'on aura une demi parabole, & si de l'autre côté du rayon* BA. *l'on y prolonge les mêmes ordonnées, & d'une même longueur, & qu'on y trace une autre ligne passant par les mêmes points, l'on aura la parabole entiere. fig. 55 pl. VII.*

AUTREMENT.

POur tracer une parabole sur une ligne donnée AB. *Fig.* 16. *pl.* IX.

Elevez au milieu C. de cette ligne la perpendiculaire CD. pour servir d'axe à votre parabole, de la hauteur que vous voudrez, & que vous diviserez en tant de

Digitized by Google

parties égales qu'il vous plaira, comme icy en 5. tirez de tous ces points de diviſion tout autant de lignes paralleles à la ligne donnée AB.

Cela fait, tirez à part une ligne à volonté NO. & ſur icelle prenez NI. de la grandeur que vous voudrez, & au point N. abaiſſez la perpendiculaire NP. égale à NI. tirez enſuite la ligne PI. que vous porterez du point N. au point 2. portez enſuite P2. du point N. au point 3. & P3. de N à 4. & ainſi du reſte juſques a la derniere diviſion.

Pour lors du point N. comme centre, & de l'intervale NO. faites l'arc de cercle OR. égal à la demi baſe AC. de la ligne donnée AB. & tirez la ligne NR.

Je dis que ſi du point N. comme centre vous faites des arcs de cercle par tous les points de diviſion 1. 2. 3. 4. 5. entre les deux lignes NO. NR. toutes les cordes ou ſouſtendentes de ces arcs donneront les demi ordonnées de la parabole.

Ainſi la corde de l'arc 1. a. 1. ſera la demi ordonnée EH. celle de 2. a. 2. ſera la demi ordonnée FK. celle de 3. a. 3. ſera la demi ordonnée GL. & ainſi des autres, *& par conſéquent, ſi on en fait autant de l'autre côté de l'axe, & qu'on tire une ligne courbe, en l'adouciſſant par l'extrêmité de ces*

Digitized by Google

ordonnées, on aura la parabole entiere ADB.

XXXI.

Pour tracer ou construire une hyperbole sur une ligne donnée ou rayon BA. *fig. 56. pl. VII.*

Elevez au point A. de même qu'à la parabole la perpendiculaire AC. à volonté, & au point B. tirez sa parallele BE. que vous prolongerez à volonté vers Q.

Ensuite sur le diametre AB. prenez tant de parties égales que vous voudrez, comme 1. 2. 3. 4. 5. & de chacune de ces divisions tirez tout autant de paralleles 1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5. aux lignes AC. ou BQ.

Cela étant fait, au point A. faites un angle BAE. plus grand que celui de la parabole, c'est-à-dire de plus de 45 degrez, tirez la ligne AE. coupant toutes les paralleles en de mêmes points 1. 2. 3. 4. 5.

Pour lors la valeur de la premiere parallele 1. 1. *sera la longueur de la premiere demi ordonnée de l'hiperbole demandée*, & ayant pris avec le compas la longueur 2. 2. & l'ayant portée du point I. de la ligne AB. comme foyer de l'hyperbole au point M. on aura 2. M. *pour sa seconde ordonnée.*

Portez 3. 3. du point I. au point N. & vous aurez *la troisiéme ordonnée* 3. N.

Portez 4. 4. du point I. au point O. &

Digitized by Google

vous aurez *la quatriéme ordonnée.*

Portez enfin la valeur 5. 5. de la cinquiéme parallele du point I. au point D. *& vous aurez* 5. D. *pour la cinquiéme demi ordonnée de votre hyperbole.*

Si l'on tire à la fin du point A. une ligne courbe paſſant par ces points M. N. O. E. *l'on aura décrit la moitié de l'hyperbole demandée, & ſi l'on en fait autant de l'autre côté du diametre* AB. *comme* APQ. *l'on aura toute l'hyperbole.*

AUTREMENT.

POur tracer une hyperbole ſur une ligne donnée KL. *Fig.* 57. *pl* VII.

Elevez au milieu de cette ligne la perperpendiculaire IH. qui doit ſervir d'axe à l'hyperbole, de la grandeur que vous la voudrez, & l'ayant diviſée à volonté en tant de parties égales que vous voudrez, comme icy en 5. tirez par les points de diviſions tout autant de lignes paralleles à la baſe ou ligne KL.

Tirez enſuite à part une ligne BG. égale à la moitié de ladite baſe IK. & à l'extrémité B. de cette ligne, élevez une perpendiculaire BD. à volonté, & ayant pris ſur cette perpendiculaire une valeur BC. à volonté du point C. décrivez un demi cercle BOA, dont le rayon ſoit CB.

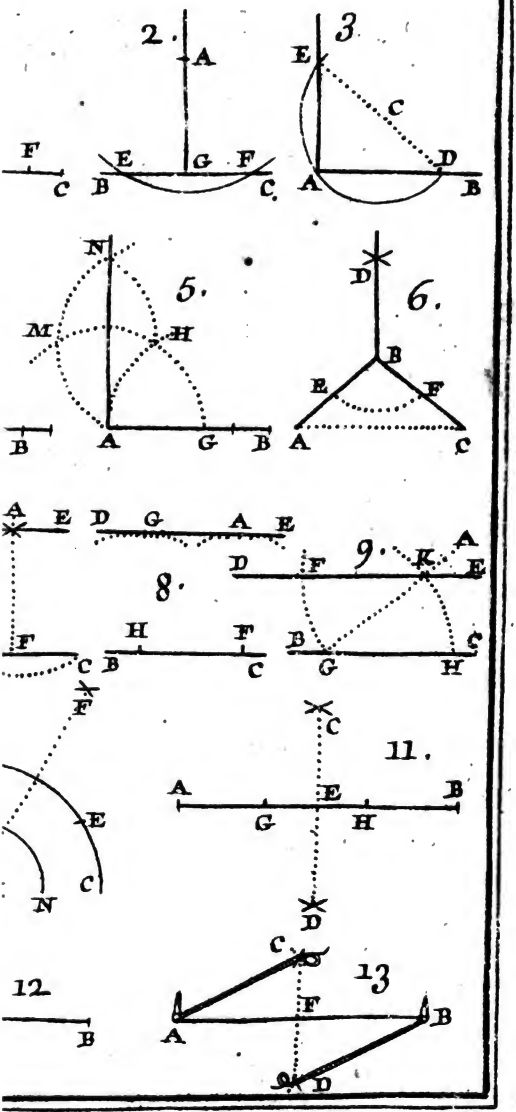
Digitized by Google

Enfin du point C. comme centre & intervale CG. faites un quart de cercle GXD. & diviſez la portion de la ligne AD. en autant de parties égales que l'axe IH. c'eſt-à-dire en 5.

Pour lors, ſi du centre C. & par tous les points de diviſion de la ligne AD. vous faites des arcs de cercle, ils couperont BG. à des points qui détermineront les demi ordonnées de l'hyperbole, ainſi portant BE. de M. à N. & BF. de O en P. de même que BR. de S en V. & ainſi des autres, *on aura les extrêmitez des demi ordonnées, par où faiſant paſſer une ligne adoucie à la main, on aura l'hyperbole* KHL. *ſur quoi l'on remarquera que plus l'axe de l'hyperbole, de même que celle de la parabole a de parties égales, plus elle eſt parfaite, & plus facile à tracer.*

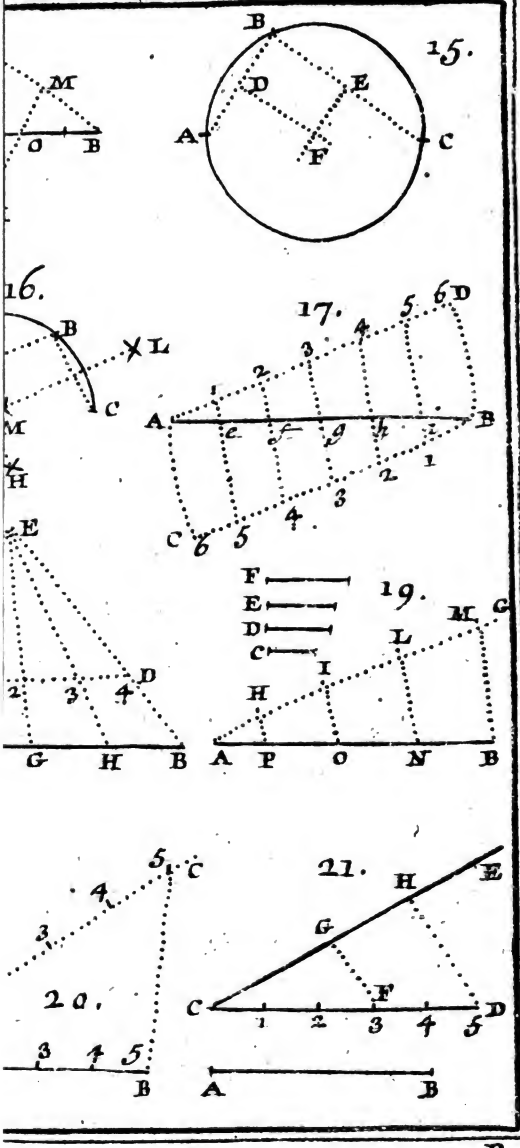
SECTION

Digitized by Google



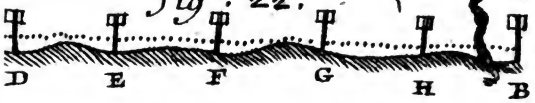
Digitized by Google

Digitized by Google

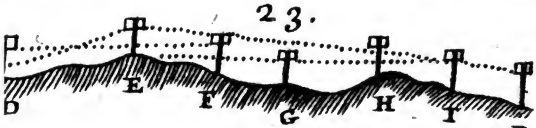


Digitized by Google

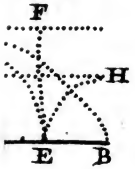
fig. 22.



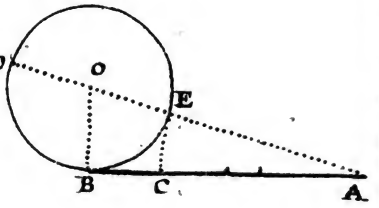
23.



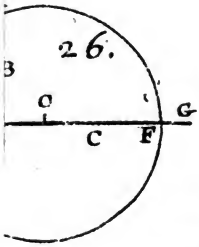
24.



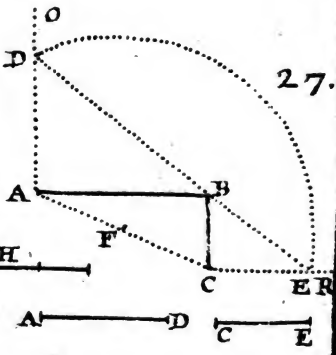
25.

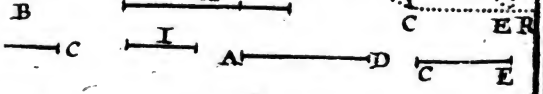


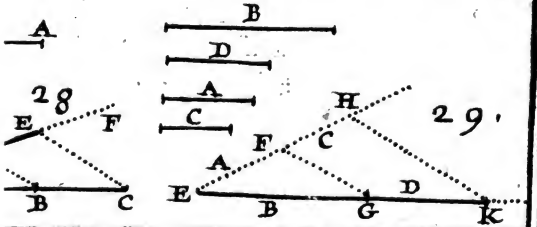
26.



27.

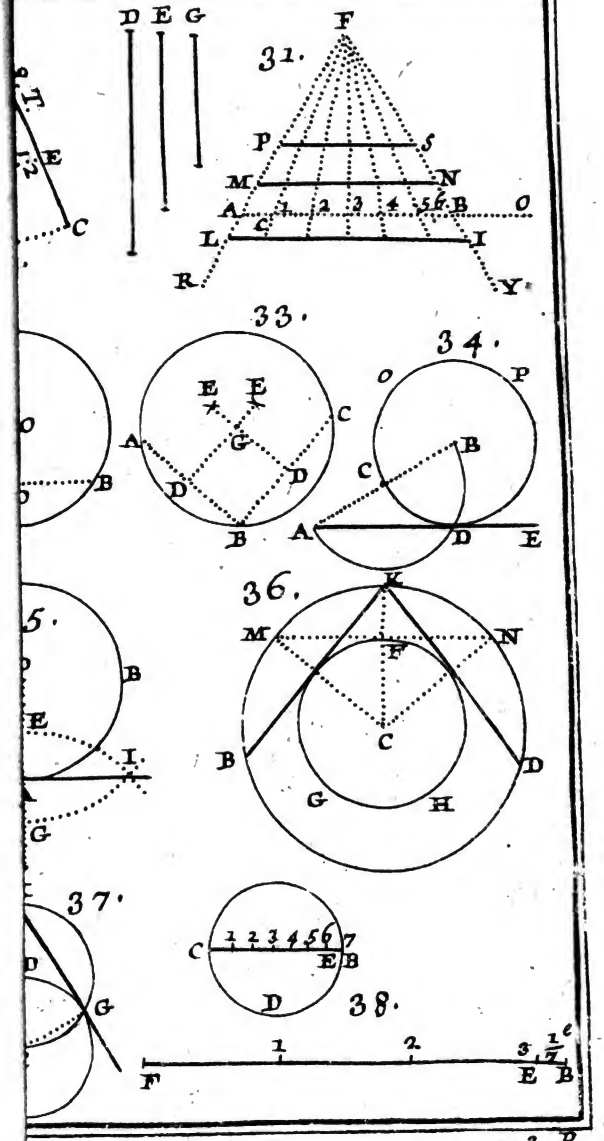




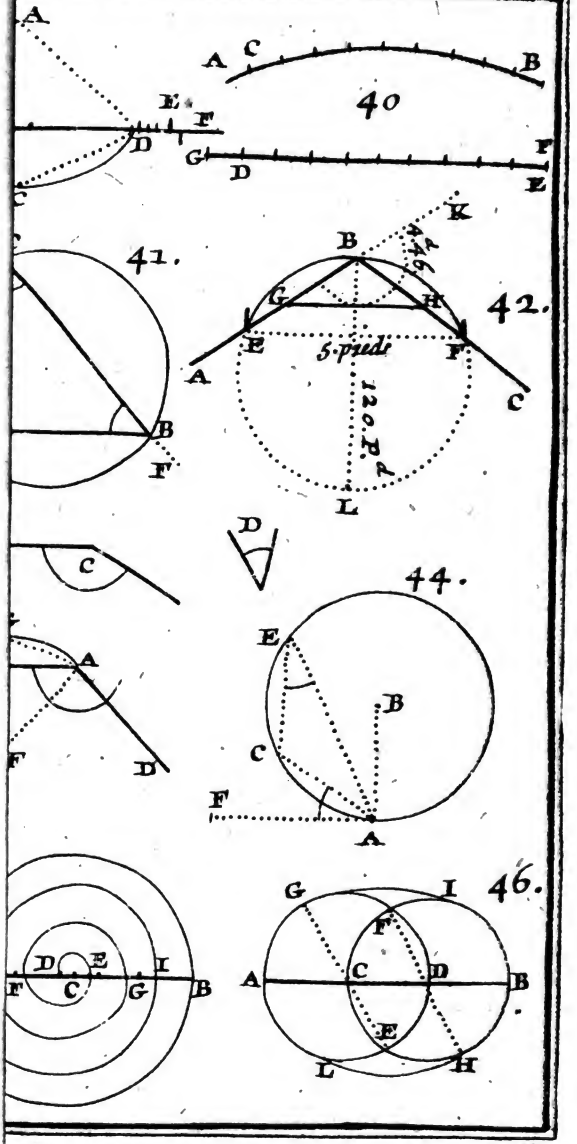


Digitized by Google

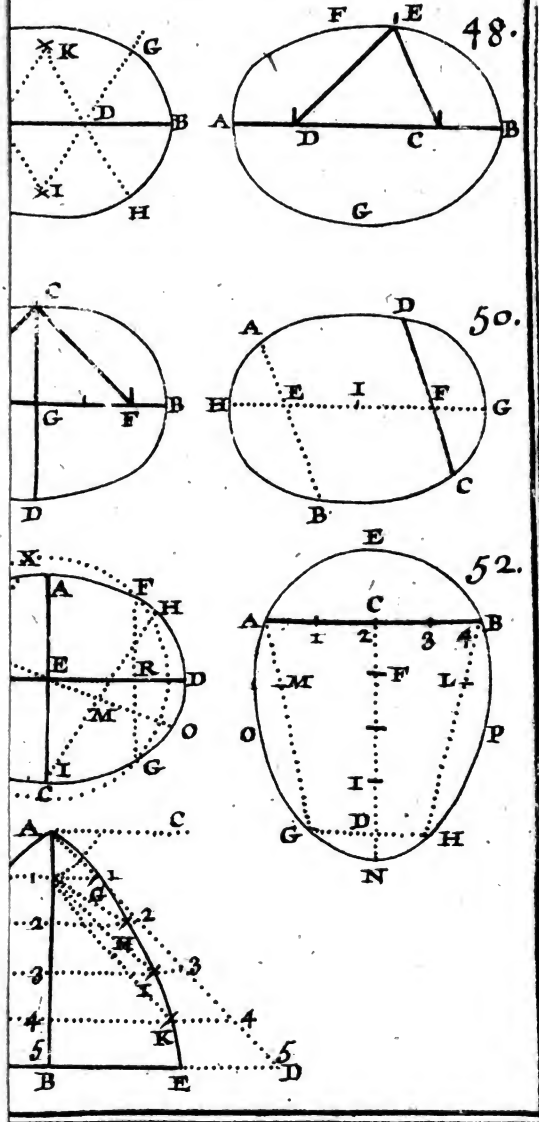
Digitized by Google


D E G
F
31.
P S
M N
A 1 2 3 4 5 6 B O
C
L I
R Y
T.
E
C
33.
E E
C
A
G
D D
B
34.
O P
B
C
A D E
O
B
5.
B
E
I
G
36.
K
M N
F
C
B D
G H
37.
D
G
C 1 2 3 4 5 6 7
E B
D
38.
1 2 3 1/2 1/4
F E B
2. P.

Digitized by Google


40
41.
42.
5. pedi
120. Pd
44.
46.

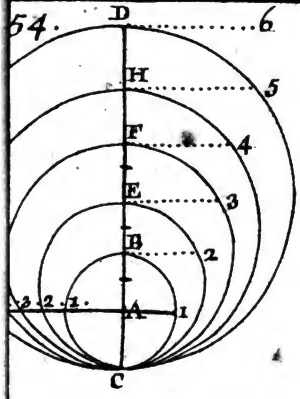
NAPOLI


48.
K
G
D
B
I
H
F
E
A
D
C
B
G
50.
C
G
F
B
D
A
D
H
E
I
F
G
B
C
52.
X
A
F
H
E
R
D
M
O
I
G
C
E
A
C
B
1
2
3
4
M
F
L
O
P
I
G
D
H
N
A
C
1
2
3
4
5
B
E
D

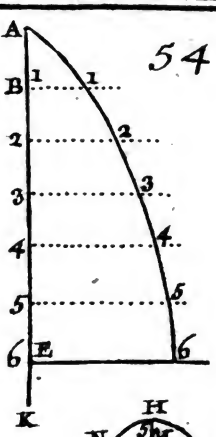
2. P.

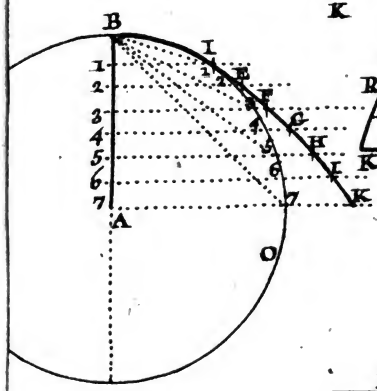
Digitized by Google

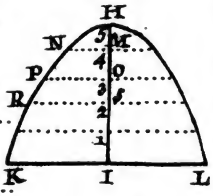
54.


D
6
H
5
F
4
E
3
B
2
A
1
C

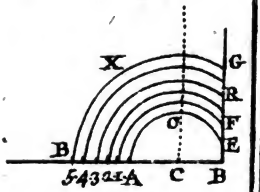
54.


A
B
1
2
3
4
5
6
E
K

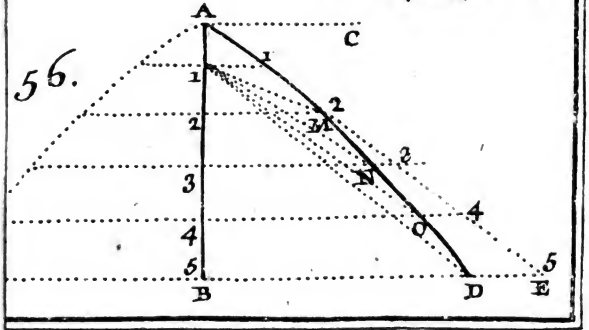

B
I
E
F
G
H
K
A
O


H
N
M
P
O
R
K
I
L

57.


X
G
R
F
E
B
A
C
B

56.


A
C
B
D
E

2. P.

Digitized by Google

SECTION SECONDE

De la Pratique des Angles.

PROBLEMES.

I.

POur partager un angle donné ABC. *en deux parties égales. Fig.* 1. *pl. VIII.*

Prenez sur les côtez AB. BC. deux grandeurs égales & à volonté BD. BE. & des points D & E. décrivez aussi à volonté & d'une même ouverture de compas deux arcs de cercle, se coupant au point F. si l'on tire pour lors du sommet B. de l'angle donné une ligne BF. *elle divisera l'angle donné en deux parties égales* ABF. FBC. *par les Théorêmes I. II. III. de la I. Partie. page* 140.

AUTREMENT.

DU sommet B. de l'angle donné ABC. décrivez l'arc de cercle à volonté DFE. tirez la corde DE. que vous diviserez en deux également au point G. *Fig.* 2. *pl. VIII.*

Si vous tirez pour lors la ligne BGF. *elle diviſera l'angle donné en deux également* ABF. FBC. *par le Théorême VIII. de la I. part. pag.* 158.

II.

Diviſer un angle donné BAC. *en trois parties égales*, formez du point A. comme centre un arc de cercle à volonté EF. que vous diviſerez en trois parties égales aux points D & G. ſi l'on tire pour lors du point A. des lignes à chaque diviſion de l'arc, comme AD. AG. *ces lignes diviſeront l'angle donné en trois parties égales. Fig. 3. pl. VIII.*

AUTREMENT.

Pour diviſer l'angle donné ACB *en trois parties égales. Fig. 4. pl. VIII.*

Décrivez du point C. l'arc AB. meſure de cet angle, prolongez le côté AC. & achevez le demi cercle ABD.

Enſuite du point B. au moyen d'une regle, parcourez la circonférence du demi cercle ABD. juſqu'à ce que vous ayez trouvé un point dans cette circonférence, comme G. juſqu'à ce que la portion de la regle GF. (depuis l'interſection de la circonférence, juſques à celle du diametre prolongé) ſoit égale au Rayon CD.

Alors, comme l'angle GFC. GCF. ſont égaux, il s'enſuivra que l'angle CFG. ſera le tiers de l'angle donné ACB. *donc l'arc* GD. *ſera le tiers, ou la troiſiéme partie de l'angle donné* ACB. *donc il le diviſera en trois également, ce qu'on vouloit connoître.*

III.

POur faire d'un point donné A. *un angle de tant de degrez que l'on voudra ſur une ligne droite donnée* AB. *comme par exemple icy de* 45 *degrez. Fig.* 7. *pl.* VIII.

Faites du point A. comme centre l'arc de cercle BG. ſur lequel vous porterez la valeur de la ligne donnée AB. comme BC. qui ſera une corde de 60 degrez, puiſqu'elle eſt égale au rayon du cercle.

Diviſez cet arc de cercle BC. en quatre parties égales aux points D. E & F. leſquelles ſeront encore ſouſdiviſées en 15 autres petites parties égales, qui ſeront des degrez.

Pour lors ayant tiré du point A. le rayon AD. *vous aurez un angle* DAB. de 45 *degrez, qui eſt celui que l'on vouloit trouver par la diviſion du cercle, dont il eſt parlé dans la I. Part. pag.* 151.

Digitized by Google

I. Remarque.

Si on vouloit avoir un angle de plus de 60 degrez, comme par exemple de 75 degrez, il faudroit pour lors achever de former le quart de cercle BDC. *que l'on diviseroit en neuf parties égales, dont chacune contiendroit* 10 *degrez, & ayant pris sur le quart de cercle la valeur* BD. *on trouvera pour lors l'angle* DAB. *de 75 degrez que l'on vouloit trouver ou former sur une ligne donnée* AB. *Fig.* 9. *pl. VIII.*

II. Remarque.

Mais si l'angle que l'on veut avoir étoit de plus de 90 degrez, comme par exemple de 120 *degrez, il faudroit pour lors prolonger la ligne* AB. *vers* C. *& former par le point* A. *le demi cercle* BDC. *qu'il faudroit diviser en* 18 *parties égales, contenant chacune* 10 *degrez, ainsi en prenant sur le demi cercle la valeur* BDE. *de* 120 *degrez, l'on aura l'angle* EAB. *de* 120 *degrez, qui est celui que l'on vouloit avoir au point* A. *& sur la ligne donnée* AB. *Fig.* 8. *pl. VIII.*

III. Remarque.

Enfin l'on peut former tant sur le papier, que sur le terrain toutes sortes d'angles, au moyen d'un cercle entier ou d'un demi cercle de cuivre, de corne, de bois ou de carton,

Digitized by Google

ainſi qu'on a coutume de s'en ſervir dans pluſieurs occaſions, & dont on peut apprendre les differents uſages dans le Livre du ſieur BION, *Ingénieur pour les inſtruments de Mathématique à Paris; c'eſt ce qui nous a obligé de ne nous pas étendre icy ſur cette matiere qui eſt tout-à-fait méchanique.*

IV.

POur faire un angle égal à un angle donné GEF. *ſur une ligne propoſée* AB. *Fig. 5. pl. VIII.*

Du ſommet E. de l'angle donné, décrivez à volonté l'arc de cercle GF. enſuite du point A. eſt ſur la ligne propoſée, & avec la même ouverture de compas, décrivez l'arc BCD.

Prenez ſur cet arc la portion BC. égale à FG. & ayant tiré la ligne AC. *vous aurez l'angle* BAC. *qui ſera égal à l'angle donné* GEF. *& ſera formé ſur la ligne propoſée* AB. *à cauſe de l'égalité de leurs arcs. Théorême V. I. Part. pag.* 157.

REMARQUE.

SI l'on vouloit former ſur le terrain un angle égal à un angle donné, il faudroit pour lors ſe ſervir d'un demi cercle, ou d'un quart de cercle, ainſi qu'on a coutume de le faire, & que tous ceux qui ont connoiſſance de ces ſortes

Digitized by Google

d'inſtrumens peuvent apprendre d'eux mêmes.

V.

D'Un point donné B. *hors d'une ligne* CA. *former ſur cette ligne un angle égal à un angle donné* D. *Fig. 6. pl. VIII.*

Prenez ſur cette ligne donnée un point à volonté, comme A. ſur lequel faites un angle FAC. égal à l'angle donné D. tirez enſuite la ligne BG. parallele à la ligne FA. *& vous aurez l'angle propoſé* BGC. *égal à l'angle donné* D.

VI.

ENtre deux lignes données MA. NA. *formant l'angle* A. *tirer une ligne égale à une troiſiéme ligne donnée* D. *qui faſſe avec les deux précédentes* MA. NA. *un angle égal à un angle donné* E. *Fig.* 10. *pl. VIII.*

Faites l'angle NAF. égal à l'angle donné E. prolongez FA. vers G. enſorte que AG. ſoit égale à la troiſiéme ligne donnée D.

Par le point G. tirez GB. parallele à NA. & ayant enſuite tiré du point B. la ligne BC. parallele à GA. *je dis que cette ligne* BC. *ſera égale à la ligne donnée* D. *& qu'elle formera entre les deux autres lignes données* AM. AN. *un angle* ACB. *égal à l'angle donné* E.

Digitized by Google

VII.

POur connoître ſur le terrain la valeur d'un angle ſaillant ABC. *formé par deux pans de muraille ou autrement. Fig.* 11. *pl. IX.*

Placez au point B. ſommet de cet angle un demi cercle ſur ſon pied, enſorte que ſa ligne immobile ED. ſoit dirigée le long de la ligne BA. & que ſa branche mobile GF. ſoit dirigée vers BC. *pour lors le nombre de degrez qui ſe trouveront marquez ſur le demy cercle entre* D. *&* G. *ſera la valeur de l'angle* ABC. *à cauſe de l'égalité des angles oppoſez par la pointe, par le Theorême I. de la I. part pag.* 171.

AUTREMENT.

SI l'angle formé par les deux pans de muraille ou autrement étoit interieur ou rentrant comme BAC. *on en trouveroit la valeur en la maniere qui ſuit. fig.* 12. *pl. IX.*

Prenez deux regles à volonté EF. GF. ſe joignant au point F. en forme de compas.

Portez ces deux regles dans l'angle propoſé à connoître, enſorte qu'une de vos regles EF. ſoit dirigée le long du pan de muraille BA. & que l'autre regle GF. ſoit dirigée le long de l'autre pan de muraille AC.

Digitized by Google

Prenez enſuite deux grandeurs égales & à volonté ſur ces deux regles comme FH. FD. & ayant porté l'ouverture de ces deux regles ſur le papier, achevez de tracer un demi cercle DHK. enſorte que FD. ou FH. ſoit le rayon de ce demi cercle.

Pour lors ſi l'on diviſe ce demi cercle en 180 parties égales, *on connoîtra combien contiendra de degrez l'angle* HFD. *ce qui ſera la valeur de l'angle propoſé à connoître* BAC.

Cette operation peut ſe faire au moyen d'un raporteur de corne, de cuivre ou de carton, en l'appliquant ſur l'angle formé par les deux regles EF. GF. *car au moyen de ce raporteur, on connoîtra la valeur de l'angle* HFD. *qui eſt le même que celui qui eſt formé par les deux pans de muraille* BAC.

On appelle un raporteur, un demi cercle diviſé exactement en degrez, & plus exactement en minutes; on a coutume d'en faire ſur du cuivre, à cauſe de ſon immutabilité, ſur de la corne à cauſe de ſa tranſparence, & quelquefois ſur du carton, & ſur le papier, mais le moins ſouvent qu'il eſt poſſible à cauſe de leur variation ou mutabilité, & c'eſt ſur ces raporteurs *qu'on peut exprimer ſur le papier les angles qu'on a obſervé ſur le terrain avec le graphomètre, qui eſt auſſi un eſpece d'inſtrument de cuivre à lunettes ou à pinules, au moyen duquel on a coutume de lever les angles, la vûë*

d'un de ces instruments fait assez voir la maniere de s'en servir.

VIII.

Pour faire un angle égal à la moitié, ou bien au double d'un angle donné ABC.

1°. Si vous voulez que l'angle proposé ne soit que la moitié d'un angle donné ABC. prolongez le côté AB. de cet angle vers D. & du point B. comme centre, décrivez un demi cercle DEF. joignez la droite DE. *pour lors l'angle* BDK. *ou* ADG. *sera égal à la moitié de l'angle donné* ABC. *Fig.* 13. *pl. IX.*

2°. *Si vous voulez qu'un angle soit égal à la troisiéme partie d'un angle donné* ABC. *Fig.* 14 *pl. IX.*

Après avoir formé, ainsi qu'on a déja dit, le demi cercle DEF. prolongez le côté ABD. vers G. ensorte que GD. égale DB. tirez ensuite la droite GE.

Pour lors l'angle DGI. ou AGE. sera égal à peu près à la troisiéme partie de l'angle donné ABC. ou ce qui est la même chose, *la portion du cercle* ID. *sera la troisiéme partie de la portion du même cercle* EF. *qui forme l'angle donné.*

3°. *Si vous voulez faire un angle triple d'un angle donné comme* AGK.

Prenez ſur l'un des côtez de votre angle trois grandeurs égales & à volonté GD. DB. BF. du point B. comme centre & diſtance BD. décrivez un demi cercle DEF. tirez enſuite la ligne BC. paſſant par le point E. *pour lors l'angle* CBA. *ſera à peu près triple de l'angle donné* AGK. par les principes précédents, *donc l'arc de cercle* EF. *ſera triple du petit arc du même cercle* DI.

On a dit cy-deſſus *à peu près*, parce qu'on n'a pas pû trouver juſqu'icy *la triſection d'un angle parfaitement*, non plus que la diviſion du cercle en parties parfaitement égales.

I X.

Sur un point donné C. *d'une ligne* CD. *faire un angle de tant de degrez que l'on voudra, comme icy de* 30 *degrez, par le moyen du compas de proportion. Fig.* 15. *pl. XI.*

Portez un compas ordinaire ſur le point C. & ouvrez-le à diſcretion, faiſant un arc EF à volonté.

Enſuite, portez le compas ainſi ouvert ſur celui de proportion, depuis le nombre 60 juſqu'au nombre 60 qui lui répond, c'eſt-à-dire qu'en approchant, ou qu'en écartant les jambes du compas de proportion, la diſtance du nombre 60 au nombre

Digitized by Google

60 qui lui répond, ſoit égale à la longueur CE. que l'on a pris avec le compas ordinaire ſur la ligne CD.

Sur le compas de proportion ainſi arrêté, prenez la diſtance qui ſe trouve entre le nombre 30 & 30, comme BH. & portez-la ſur l'arc de cercle FE. depuis le point F. juſqu'au point G. & pour lors la ligne droite EG. ſera une corde de 30 degrez, par conſéquent ſon arc GOE. ſera un arc de 30 degrez dans un cercle dont le rayon eſt CE.

Donc on aura trouvé par le moyen du compas de proportion ſur le point C. *d'une ligne donnée* CD. *un angle de* 30 *degrez.*

On peut en trouver tant d'autres qu'on voudra en ſe ſervant ainſi du compas de proportion, dont on peut voir les différents uſages dans le Livre du ſieur BION *pour les inſtruments de Mathématique.*

SECTION TROISIE'ME

Pratique des Poligones.

PROBLEMES.

I.

POur inſcrire un triangle équilateral dans un cercle donné A. *Fig.* 1. *pl. X.*

Formez d'un point tel que G. extrêmité d'un rayon de ce cercle AG. un arc de cercle CAD. tirez enſuite la corde CD. poſez-la trois fois ſur le cercle, & elle vous donnera le triangle équilateral CBD. qui ſera décrit dans le cercle donné A. *enſorte que les trois arcs que ſoutiendront chacun de ſes côtez ſeront chacun de* 120 *degrez, leſquels enſemble feront* 360 *pour le cercle entier, par le Theor.* IV. *de la I. part. pag.* 255.

II.

POur inſcrire un cercle dans un triangle BAC. *ou tel autre qu'on voudra. Fig.* 2. *pl. X.*

Diviſez en deux également deux des angles du triangle donné, comme ABC. ACB.

Tirez du ſommet de ces angles, & par leur milieu les lignes BC. CD. ſe coupant au point D. & de ce point tirez des perpendiculaires ſur chacun des côtez dudit triangle, comme DF. DE. DG. qui ſeront égales.

Si du point D. & intervale DE. l'on décrit un cercle, *il paſſera par les trois points* E. F. G. *du triangle donné* BAC. *& par conſéquent il lui ſera inſcrit, à cauſe de l'égalité des rayons de ce cercle par le Theor. XI. de la I. part. pag.* 159.

Il en ſera de même dans tout autre triangle.

III.

Pour tracer ou inſcrire un quarré dans un cercle donné A. *Fig.* 3. *pl. X.*

Tirez les deux diametres de ce cercle à angles droits BAG. EAF. enſuite tirez les lignes EB. BF. FG. & GE. & vous aurez pour lors tracé ou inſcrit un quarré BFGE. dans le cercle donné A.

Car le cercle ſe trouvera partagé en quatre arcs égaux, chacun de 90 degrez, *donc leurs cordes qui ſont les côtez du quarré ſeront égales, & le quarré ſera inſcrit dans le cercle donné, à cauſe de l'égalité des cordes, des rayons, des arcs & des angles, par les principes généraux de la I. part. pages* 140 *&* 155. *&c.*

Digitized by Google

IV.

POur circonſcrire un quarré au tour d'un cercle donné A. *Fig.* 4. *pl. X.*

Tirez les deux diametres du cercle donné à angles droits, comme BAG. EAF. & à chacune des extrêmitez de ces diametres B. F. G. E. tirez des tangentes, leſquelles ſe couperont aux points C. D. H. I. *& vous aurez pour lors circonſcrit un quarré* CDHI. *au tour d'un cercle donné* A. *à cauſe de l'égalité des angles droits, & des tangentes qui les forment par les Theor.* XV. *&* XVI. *de la I. part. pag.* 163.

V.

POur inſcrire un cercle dans un quarré donné IFHG. *Fig.* 5. *pl. X.*

Diviſez les côtez de ce quarré en deux parties égales aux points A. C B. D. & ayant tiré les lignes AB. CD. ſe coupant au point E. ſi de ce point E. & diſtance EA. vous faites un cercle, *il ſera inſcrit dans le quarré donné, & ſa circonférence paſſera par les quatre points* A. B. C. D. *ſans ſortir du quarré.*

AUTREMENT.

TIrez les deux diagonales IH. FG. ſe coupant auſſi au point E. ſi de ce

point & distance de la perpendiculaire EB. vous décrivez un cercle, il passera aussi par les mêmes points du quarré A. B. C. D. *donc il sera inscrit dans le cercle donné* IFHG. *Fig. 6. pl. X.*

VI.

POur inscrire un quarré dans un triangle donné ABC. *Fig. 7. pl. X.*

Elevez au point A. la perpendiculaire AD. égale à la base du triangle AB. du sommet de l'angle C. abaissez la perpendiculaire CE. qui sera parallele à AD.

Ensuite du point D. menez l'oblique DE. je dis que si de la section F. l'on tire la ligne FG. parallele à la base du triangle, cette ligne FG. sera un côté du quarré demandé; car si des points F & G. l'on abaisse les perpendiculaires FH. GI. *l'on aura pour lors un quarré* FGHI. *qui sera inscrit dans le triangle donné* ABC.

VII.

POur inscrire un triangle équilateral dans un quarré donné ABCD. *Fig. 8. pl. X.*

Tirez les diagonales AC. BD. se coupant au point E. & de ce point & intervalle EA. décrivez le cercle AGF. ensuite du point C. comme centre & intervalle CE. décrivez l'arc de cercle GEF. tirez les lignes

Digitized by Google

AF. AG. qui couperont deux des côtez du quarré aux points H & I. pour lors ſi l'on tire de ces deux ſections la ligne HI. elle ſera le côté d'un triangle équilateral ; car ayant tiré HA. IA. *l'on aura le triangle équilateral* AHI. *lequel ſera inſcrit dans le quarré donné* ABCD.

VIII.

POur conſtruire un quarré ſur une ligne donnée AB. *Fig.* 9. *pl. XI.*

Elevez au point A. la perpendiculaire AC. égale à la ligne donnée AB. enſuite des points B. & C. & d'une intervale égale à AB. ou AC. décrivez deux arcs de cercle ſe coupant au point D. pour lors ayant tiré les lignes CD. BD. *vous aurez le quarré demandé* ABDC. *qui ſera conſtruit ſur la ligne donnée* AB. *par le Theor. I. de la I. partie page* 140.

IX.

POur conſtruire un pentagone dans un cercle donné A. *Fig.* 10. *pl. XI.*

Tirez le diametre EAB. & le rayon perpendiculaire GA. diviſez le quart de ce cercle GE. en cinq parties égales aux points P. O. N. M. prenez quatre de ces parties en tirant la ligne GM. que vous porterez cinq fois ſur le cercle, *& vous aurez pour*

Digitized by Google

lors le pentagone GMHIK. *qui ſera inſcrit dans le cercle donné, à cauſe de l'égalité des arcs.*

AUTREMENT.

TIrez les deux diametres AB. CD. à angles droits ſe coupant au point E. coupez le demi diametre EC. en deux également au point F. & de ce point & intervale FA. décrivez l'arc AG. fig. 11. *pl. II.*

Du point A. & intervale AG. décrivez l'arc GH. pour lors ſi vous tirez la ligne AH. & que vous la portiez 5 fois ſur le cercle, *elle vous donnera un pentagone regulier* AHIKL.

X

POur tracer un pentagone regulier ſur une ligne droite donnée AB. *Fig.* 12. *pl. II.*

De l'extrêmité A. & intervale AB. décrivez à volonté un arc de cercle BDF. & au même point A. élevez-y la perpendiculaire AC.

Diviſez la portion de l'arc CB. en cinq parties égales aux points I. D. L. M. tirez enſuite la ligne droite AD. coupez la baſe AB. en deux également au point O. élevez la perpendiculaire OE.

Et enfin de la ſection E. comme centre & de l'intervale EA. décrivez un cercle, *je dis que ſi vous portez cinq fois ſur ce cercle*

Digitized by Google

la ligne donnée AB. *vous aurez décrit le pentagone regulier* ABHGF. *ſur la ligne donnée* AB.

XI.

POur tracer un exagone dans un cercle donné A. *Fig.* 13. *pl. XI.*

Portez le demi diametre ou rayon de ce cercle AB. ſix fois ſur le cercle, *& vous aurez l'exagone regulier* BCDEFG. *inſcrit dans le cercle donné.*

Cette methode eſt la meilleure de toutes pour l'exagone, parce que le rayon d'un cercle eſt égal à la corde BC. *de* 60 *degrez; & parce que ſix fois* 60 *font la valeur du cercle entier de* 360 *degrez.*

XII.

POur tracer un eptagone dans un cercle donné A. *Fig.* 14. *pl. XI.*

Abaiſſez le rayon du cercle AG. & du point G. comme centre & diſtance GA. décrivez l'arc de cercle CAD tirez ſa corde CD. *je dis que ſi vous portez ſept fois ſur le cercle la moitié* DQ. *de la corde* CD. *vous aurez tracé un eptagone à peu près exact* BD REFHI. *ſur le cercle donné* A.

Digitized by Google

XIII.

Pour tracer un octogone dans un cercle donné A. Fig. 15 *pl. XI.*

Diviſez le quart du cercle GE. en deux parties égales au point F. portez en la moitié EF. ou FG. huit fois ſur le cercle, *& vous aurez tracé l'octogone demandé* EF GHIKLM.

XIV.

Pour former un enneagone dans un cercle donné A. Fig 16. *pl. XI.*

Tirez le rayon AG. & du point G. & diſtance GA. faites l'arc de cercle CAD. coupant le cercle en C & D.

Diviſez enſuite l'arc du cercle CD. en trois parties égales aux points M & N. portez neuf fois ſur le cercle l'une de ces trois parties CM ou MN. ou ND. *& vous aurez formé un enneagone* CMNDEFHIK. dans le cercle donné A.

AUTREMENT.

Pour inſcrire dans un cercle donné un enneagone, tirez le demi diametre AB. de l'extrêmité B. & intervale BA. décrivez l'arc DAC. tirez la ligne droite ou corde CD. que vous prolongerez vers F. enſorte que EF. égale AB. *Fig.* 18. *pl. XII.*

Digitized by Google

Du point E. décrivez l'arc FG. & du point F. décrivez un autre arc EG. coupant le premier au point G. tirez enfin du centre A. au point de ſection G. la ligne AG, qui coupera le cercle au point H. *je dis pour lors que la ligne* DH. *ſera la neuviéme partie de l'enneagone demandé.*

XV.

POur tracer un decagone dans un cercle donné A. *Fig.* 17. *pl. XII.*

Formez dans ce cercle le côté MG. d'un pentagone, ainſi que l'on l'a déja fait voir, ſouſdiviſés enſuite la moitié de l'arc MG. de ce pentagone en deux parties égales au point O. portez la diſtance MO. ou GO. dix fois ſur le cercle, *& vous y aurez tracé le decagone demandé* MOGIKLNPQ.

XVI.

POur conſtruire un endecagone dans un cercle donné A. *Fig.* 19. *pl. XII.*

Formez dans le cercle donné un triangle équilateral CBD. tirez enſuite le diametre EF. parallele à la baſe du triangle CD. *je dis pour lors que ſi l'on porte la diſtance* AH. ou DH. *onze fois dans le cercle donné, on aura décrit l'endecagone demandé* DFGQIK LMNOP. *dont* AH. ou DH. *ſont à peu près la onziéme partie.*

Digitized by Google

AUTREMENT.

TIrez le diametre AB. & coupez-le en deux également au point C. du point A. & intervale AC. décrivez l'arc CDI. & du point C. & diſtance A. décrivez l'autre arc AD. *Fig.* 20. *pl. XII.*

Enſuite du point I. & intervale ID. décrivez le petit arc DO. tirez la ligne OC. *je dis pour lors que ſi l'on porte cette ligne* OC. *onze fois ſur le cercle donné, elle formera un endecagone demandé.*

XVII.

POur conſtruire un dodecagone dans un cercle donné A. *Fig.* 21. *pl. XII.*

Prenez la troiſiéme partie d'un quart de cercle, comme FG. & portez-la douze fois ſur le cercle, *& vous aurez un dodecagone.*

REMARQUE.

LA figure générale pour tracer tous les poligones dont on vient de parler, eſt repréſentée dans *la Fig.* 28. *pl. XIII.*

Car la ligne DC. ſervira pour tracer *un triangle équilateral* dans un cercle, dont l'angle du centre ſera de 120 *degrez.*

La ligne EF. ſervira pour *le quarré*, dont l'angle ſera de 90 *degrez.*

Digitized by Google

La ligne BL. ſervira pour *le pentagone*, dont l'angle ſera de 72 *degrez.*

La ligne BA. ſervira pour *l'exagone*, dont l'angle ſera de 60 *degrez.*

La ligne CK. ſervira pour *l'eptagone*, dont l'angle ſera de 51 *deg.* 26 *min.*

La ligne EH. ſervira pour *l'octogone*, dont l'angle ſera de 45 *degrez.*

La ligne FG. ſervira pour *l'enneagone*, dont l'angle ſera de 40 *degrez.*

La ligne BM. ſervira pour le *decagone*, dont l'angle ſera de 36 *degrez.*

La ligne CN. ou AN ſervira pour *l'endecagone*, dont l'angle ſera de 32 *degrez* 44 *minutes.*

La ligne BO ou BK. ſervira pour le *dodecagone*, dont l'angle ſera de 30 *degrez.*

METHODES GENERALES

Pour tracer tous les Poligones dans des cercles donnez ou ſans cercle.

PREMIERE METHODE.

I. Exemple.

Pour tracer un eptagone duns un cercle donné, diviſez ſon diametre AB. en ſept parties égales, & des points A & B.

& distance du diametre AB. décrivez deux arcs de cercle se coupant au point C. *Fig.* 22. *pl. XII.*

Ensuite du point C. tirez la ligne droite CD. passant par la seconde division 2. du diametre AB.

Je dis pour lors que si l'on tire la corde BD. *& qu'on la porte sept fois sur le cercle, elle vous donnera l'eptagone demandé.*

II. Exemple.

Si au lieu d'un eptagone, on vouloit avoir un exagone. fig. 23. *pl. XII.*

Il faudroit pour lors diviser le diametre AB. en six parties égales, & des points A & B. & de la longueur du diametre ayant décrit deux arcs de cercle se coupant au point C. si l'on tire la ligne droite CD. passant toûjours par la seconde division 2. du diametre, *je dis que la ligne* BD. *sera pour lors la sixiéme partie de l'exagone demandé, & égale au rayon du cercle* BE.

Cette methode peut servir également pour tous autres poligones, en observant 1°. *de diviser toûjours le diametre* AB. *en tout autant de parties égales que vous voulez que le poligone contienne de côtez.*

2°. *Et en tirant votre ligne* CD. *ensorte qu'elle passe toûjours par la seconde division* 2. *de votre diametre* AB.

Digitized by Google

SECONDE METHODE.

POur tracer tel poligone que ce ſoit ſur une ligne droite donnée AB. *ſans avoir beſoin d'aucun cercle donné, comme par exemple icy un pentagone. Fig. 24 pl. XIII.*

Prolongez la ligne donnée AB. vers D. enſorte que AD. égale AB. du point A. comme centre & intervale AB. formez le demi cercle DEB. élevez enſuite une perpendiculaire AC. & ayant diviſé le quart de cercle BE. en cinq parties égales, portez une de ces cinq parties ſur l'autre quart de cercle, comme EF. *pour lors ſi vous tirez la ligne* AF. *elle vous donnera un ſecond côté de votre pentagone.*

Mais pour avoir le troiſiéme côté BG. du point A. comme centre & diſtance FB. formez un arc de cercle vers G. & du point B. & diſtance BA. formez-en un autre qui coupe le premier au point G. tirez la ligne BG. *& vous aurez le troiſiéme côté de votre pentagone.*

Enfin, pour avoir les deux derniers côtez, il faudra des points F & G. & d'une diſtance égale à AB. former deux arcs de cercle ſe coupant au point H. pour lors ayant tiré les deux lignes FH. GH. *vous aurez tracé le pentagone regulier* ABGHF. *ſur une ligne donnée* AB. *& ſans le ſecours d'aucun cercle.*

REMARQUE

REMARQUE.

SI le poligone qu'on voudroit tracer devoit avoir un plus grand nombre de côtez, il faudroit diviſer le quart de cercle BE. *en tout autant de parties égales que le poligone devroit avoir de côtez, obſervant de prendre toûjours la diſtance du point* E. *au chifre* 4. *pour la porter du même point* E. *vers le point* F. *dans l'autre quart de cercle* ED. *afin que la ligne tirée du point* A. *au point* F. *ou* AF. *ſoit toûjours le ſecond côté du poligone demandé.*

Enfin, ce ſecond côté étant trouvé, on en trouveroit également tous les autres en operant ainſi qu'on vient de le faire voir.

XVIII.

POur trouver le centre de quelque poligone que ce ſoit.

1°. Si le poligone contient un nombre pair de côtez, comme dans l'exagone ADBC. tirez des deux de ſes angles voiſins D & B, des lignes à leurs angles oppoſez A & C. & ces lignes DC. BA. ſe couperont au point H. *qui ſera le centre de cet exagone. fig.* 26. *pl. XIII.*

2°. Si le poligone contenoit un nombre impair de côtez, comme icy le pentagone ABCDE. il faudroit diviſer deux de ſes côtez voiſins AB. AE. en deux parties éga-

les aux points G & H. & de ces points, tirer deux lignes aux angles opposez dans ce poligone, comme HC. GD. lesquelles se couperont au point E. *& ce point sera pour lors le centre de votre pentagone. fig.* 25. *pl. XIII.*

3°. Si le poligone étoit irregulier, il auroit autant de centres, que de côtez doubles, comme on le voit icy dans l'exagone irrégulier ABCDEF. *fig.* 29. *pl.* XIV.

Or, pour en trouver les trois centres, il faudroit diviser chacun des côtez en deux également aux points O. sur lesquels vous éleveriez tout autant de perpendiculaires OK. OL. OM. lesquelles se couperoient deux à deux aux points K. L. M. Pour lors ces trois points KLM. seroient les trois centres de votre exagone; car si du point K. l'on forme un arc de cercle F E D. il passera par ces trois points; si du point L. on forme un second D C B. il passera par ces trois points; & si du point M. on en forme un troisiéme C B A. il passera par ces trois points, *donc ces trois points* KLM. *seront les trois centres de votre exagone irregulier.*

4°. Que si le poligone irregulier contient un nombre impair de côtez, comme icy l'eptagone ABCDEFG. on en trouvera tous les centres de la même maniere qu'on

Digitized by Google

vient de le dire. *fig.* 30. *pl. XIV.*

Mais comme il reſtera un côté comme AB. qui ſembleroit n'avoir point de centre, il faut également ſur le milieu O. de ce côté y élever une perpendiculaire juſqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire de ſon côté voiſin au point K. pour lors ce point ſera le centre de la ligne ou côté AB. & ainſi de tous les autres poligones.

XIX.

Pour inſcrire un cercle dans un poligone regulier quel qu'il ſoit. fig. 25. *pl. XIII.*

1°. Si le poligone eſt d'un nombre impair de côtez, comme icy le pentagone ABCDE. il faut en trouver le centre E. de la maniere qu'on l'a déja dit.

Du point E. comme centre & diſtance d'une des perpendiculaires EG. ou EH. décrivez un cercle, *je dis qu'il ſera inſcrit dans le pentagone donné.*

2°. Si le poligone regulier contenoit un nombre pair de côtez, comme icy l'exagone ADBC. ayant trouvé ſon centre H. ainſi qu'on l'a enſeigné. Si de ce point H. comme centre & diſtance d'une des deux perpendiculaires HF. ou HC. vous décrirez un cercle, *je dis que ce cercle ſera inſcrit dans l'exagone donné. fig.* 26. *pl. XIII.*

Digitized by Google

XX.

Pour circonſcrire un poligone regulier au tour d'un cercle donné, comme icy un pentagone. fig. 27. pl. XIII.

Il faut auparavant inſcrire dans le cercle donné un pentagone, ainſi qu'on l'a déja fait voir ; & enſuite du centre F. de ce poligone tirer des perpendiculaires ſur chacun de ſes côtez, comme FA.FR.FQ. FP. FO. que vous prolongerez à volonté.

Pour lors ſi l'on tire des tangentes qui paſſent par les angles du pentagone inſcrit BCDEG. *ces tangentes formeront le pentagone circonſcrit* PQRAO.

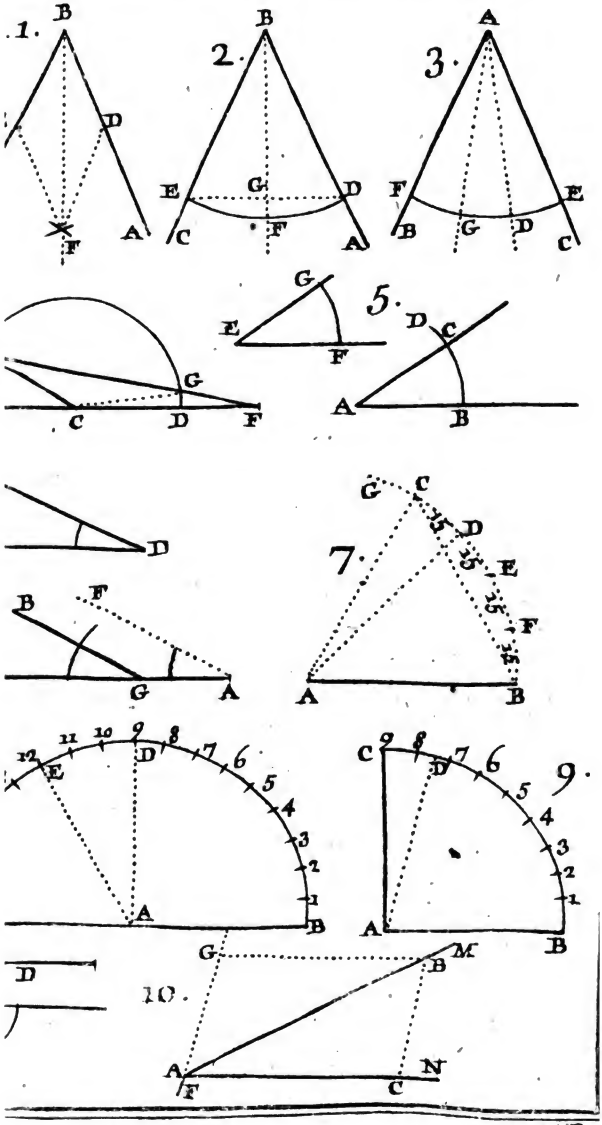
Et pour circonſcrire un cercle autour du pentagone, il faut du point F. comme centre & diſtance d'un des angles du pentagone FP. ou FQ. décrire un cercle, *je dis que ce cercle ſera circonſcrit autour du pentagone donné*, cet exemple ſeul ſuffit pour tout autre.

XXI.

Pour circonſcrire un cercle autour d'un triangle donné ABC.

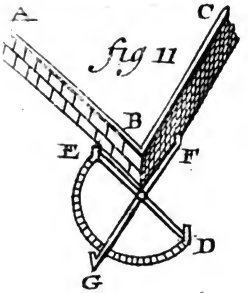
Il faut ſe ſervir de la même méthode dont on ſe ſert pour faire paſſer un cercle par trois points donnez, comme on le voit dans la *fig.* 31. *pl.* XIV. où l'on voit que ſi du point D. & diſtance A ou B. l'on décrit un cercle, *il ſe trouvera circonſcrit au triangle donné* ABC. *& paſſera par les trois angles de ce même triangle.*

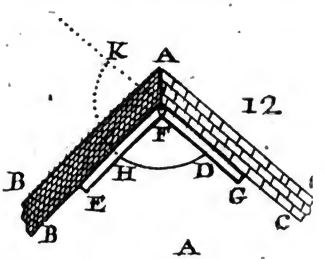
Digitized by Google

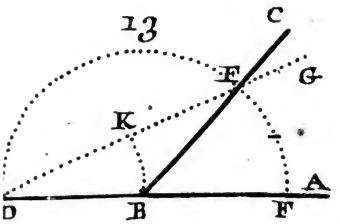


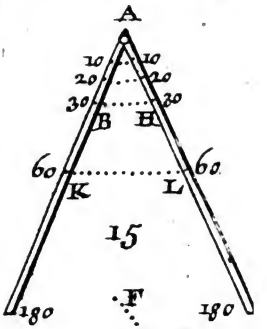
Digitized by Google

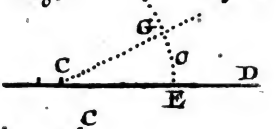
Digitized by Google

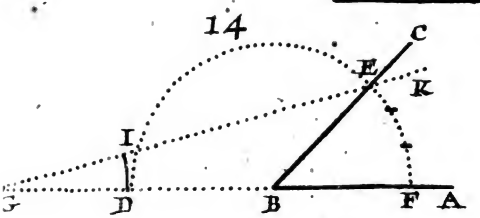

A
C
fig 11
B
E
F
D
G

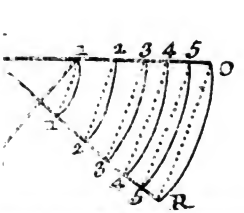

K
A
12
F
B
H
D
G
E
B
C

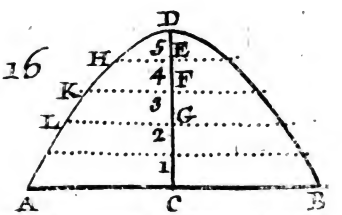

13
C
E
G
K
D
B
F
A


A
10
10
20
20
30
30
B
H
60
60
K
L
15
180
F
180


G
C
D
E


14
C
E
K
I
G
D
B
F
A


1
2
3
4
5
0
1
2
3
4
5
R


16
D
H
5
E
K
4
F
L
3
G
2
1
A
C
B

Digitized by Google

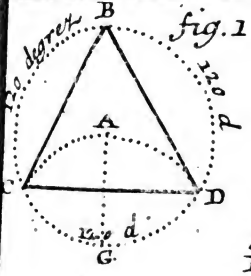
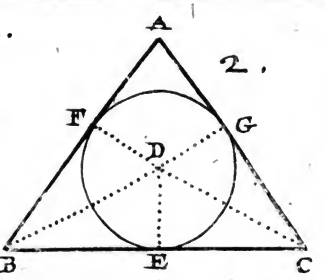
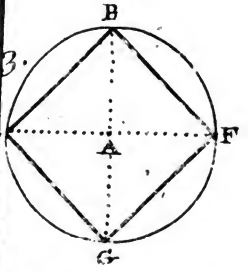
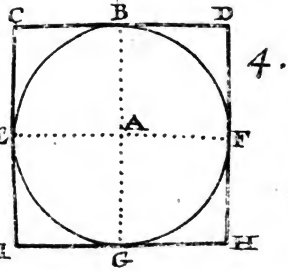
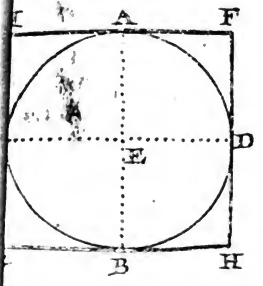


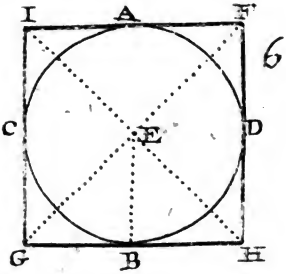
fig. 1.
B
A
C
D
G

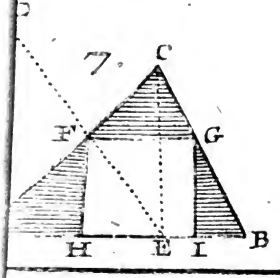

2.
A
F
G
D
B
E
C

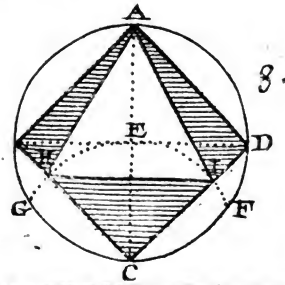

3.
B
A
F
G


4.
C
B
D
E
A
F
I
G
H


I
A
F
D
E
B
H

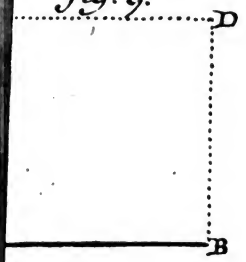

6.
I
A
F
C
D
E
G
B
H

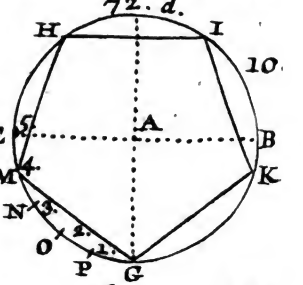

7.
C
F
G
H
E
I
B

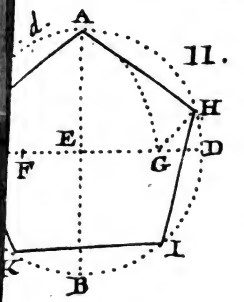

8.
A
E
D
G
F
C

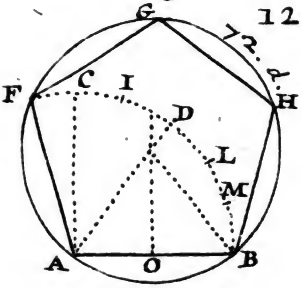
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

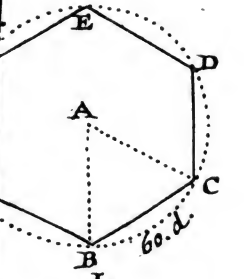
fig. 9.

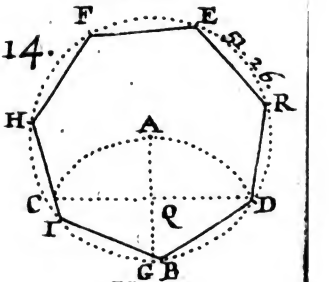


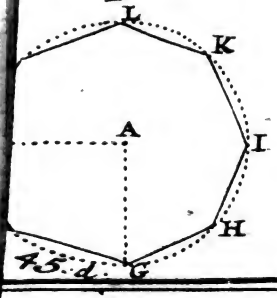


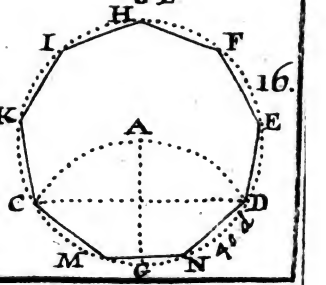












2. P.

Digitized by Google

Digitized by Google

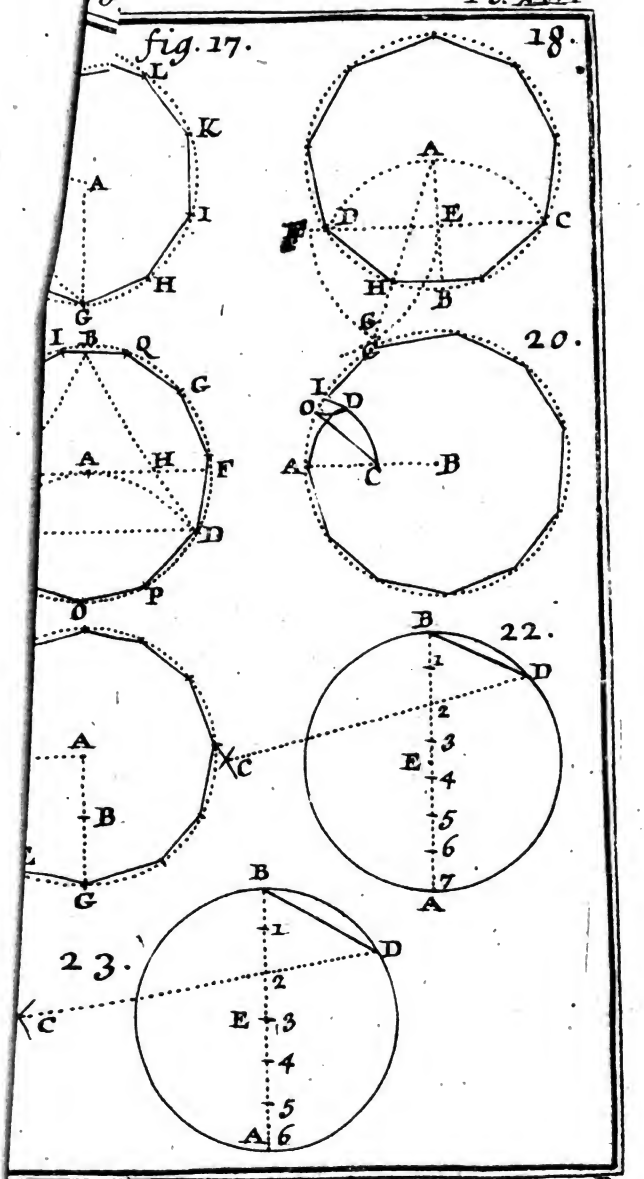
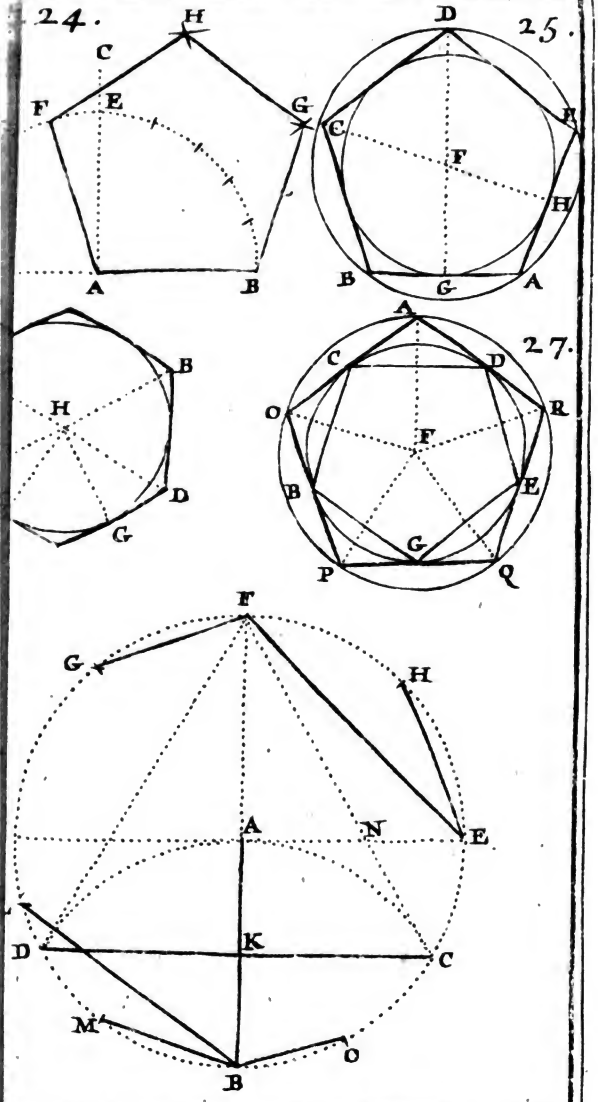


fig. 17.
18.
20.
22.
23.
L
K
A
I
H
G
F
D
E
C
B
Q
P
O
1
2
3
4
5
6
7

NAPOLI

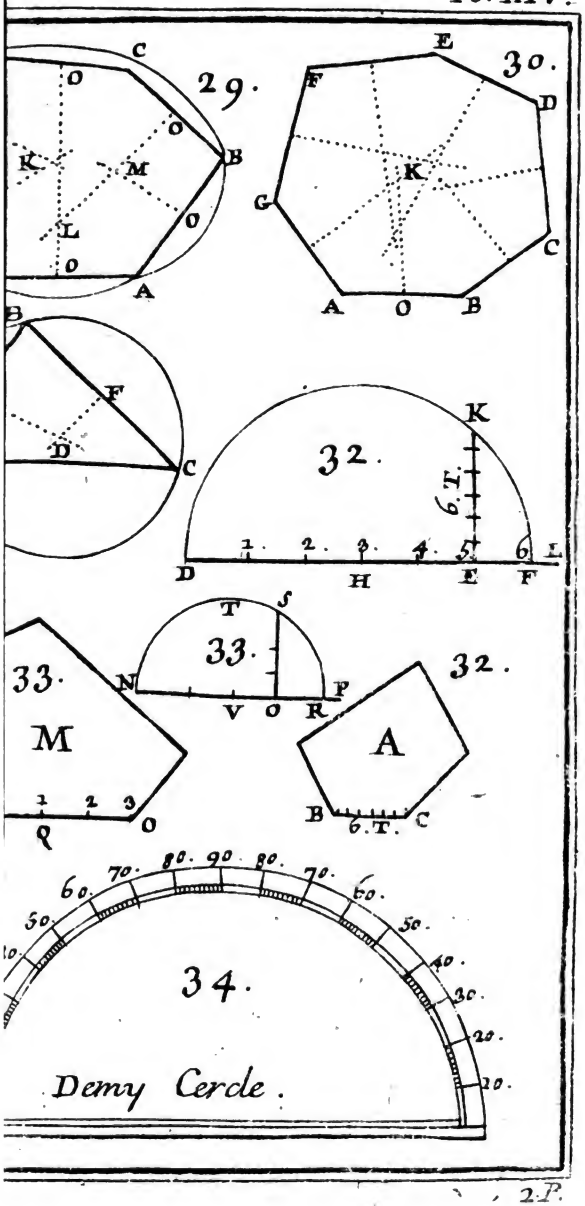
Digitized by Google



2. P.

Digitized by Google

Digitized by Google


29.
C
O
O
K
M
B
L
O
O
A
30.
E
F
D
K
C
C
A
O
B
B
F
D
C
32.
K
6. T.
1 2 3 4 5 6 1
D
H
E
F
33.
T
S
33.
N
V
O
R
F
32.
33.
M
1 2 3
Q
O
A
B
6. T.
C
60. 70. 80. 90. 80. 70. 60.
50.
50.
40.
30.
20.
10.
34.
Demy Cercle.

2 P.

Digitized by Google

SECTION QUATRIE'ME

Des figures ſemblables, égales, & de leurs réductions.

ON entend par *figures ſemblables & égales entre elles*, celles qui ont tous leurs côtez & leurs angles égaux entre eux.

Et par *figures ſemblables ſimplement*, celles qui n'ont que leurs angles proportionellement égaux entre eux, ſeulement, & non leurs côtez.

On entend par *le changement des figures*, une transformation d'une figure en une autre qui ne lui ſoit point ſemblable, quoiqu'elle lui ſoit égale en ſuperficie, ou en ſolidité.

Et par *reduction des figures*, une maniere de réduire en grand ou en petit, toute ſorte de figure de quelque nature que ce ſoit, qui ſoit toûjours ſemblable (quoique non égale) à une figure donnée.

Digitized by Google

PROBLEMES.

I.

POur faire un triangle égal & ſemblable à un triangle donné ABC. *fig.* 35. *pl.* XV.

Tirez une ligne DE. égale à la ligne AB. & à l'extrêmité D. faites un angle FDE. égal à l'angle CAB. au point E. faites un angle DEF. égal à l'angle ABC. tirez enſuite les lignes DF. EF. elles ſe rencontreront au point F. enſorte que l'angle DFE. ſera égal à l'angle ACB. *pour lors l'on aura fait un triangle* DFE. *qui ſera égal & ſemblable au triangle donné* ABC. *à cauſe de l'égalité des côtez & des angles, Theor.* XIII. *I. part. page* 262. *& Theor.* XV. *page* 265.

Cet exemple peut ſervir pour toute ſorte de triangle en ſe ſervant de la même méthode.

REMARQUE.

SI le triangle dont on voudroit repreſenter le plan ou la figure, étoit ſur le terrain, comme le triangle ABC. *qui repreſente un enclos, ou une prairie. fig.* 36. *pl.* XV.

Il faudroit meſurer ſes trois côtez avec une toiſe ou une chaîne diviſée par toiſes & pieds, pour en connoître leur valeur.

Et ayant trouvé 125 toiſes pour le côté AB. 150 toiſes pour le côté BC. & 200 toiſes pour le côté AC. il faut les marquer

Digitized by Google

ſur un papier brouillon pour ne les point oublier.

Enſuite ayant pris la valeur des trois angles de ce triangle avec un demi cercle ou un graphometre, connoiſſant par là que l'angle A. eſt de 35 degrez, que l'angle B. eſt de 120 degrez, & l'angle C. de 25 degrez, il faut pareillement les écrire ſur votre papier brouillon.

Enfin, pour repreſenter au juſte ſur le papier le plan de ce triangle ABC.

Tirez à volonté (ſur une feuille de papier de telle grandeur qu'on voudra) une ligne droite DE. que vous diviſerez en 200 parties égales de 10 en 10. ou de 5 en 5. ſuivant le beſoin, leſquelles parties équivaudront à tout autant de toiſes.

Prenez toute cette ligne DE. de 200 toiſes, pour repreſenter le côté AC. de votre triangle, & à ſon extrêmité D. formez-y (avec un raporteur ou demi cercle) *que vous trouverez en la fig.* 34. *pl.* XIV. un angle de 35 degrez, égal à l'angle A. qu'on a trouvé ſur le terrain, & au point E. formez-y un autre angle de 25 degrez égal à l'angle C. & ayant tiré les deux lignes DF. de 100 toiſes, & EF. de 125 toiſes, *pour lors vous aurez le triangle* DEF. *qui vous repreſentera aſſez juſtement le triangle* ABC. *ou l'enclos ou la prairie dont vous vouliez marquer le plan.*

REMARQUE.

Quoiqu'on puiſſe faire un quarré & un parallelograme ſemblable & égal à un autre quarré & parallelograme donné, par la même methode que l'on vient de voir pour les triangles, en voicy cependant une autre dans le Problême ſuivant.

II.

Pour décrire ou conſtruire ſur un côté donné BC. *un parallelograme égal & ſemblable à un parallelograme donné* BCDF, *Fig* 37. *pl.* XV.

Continuez le côté CD. vers G. enſorte que DG. ſoit égale au côté donné BC. ou FD. continuez auſſi BF. vers Q. enſorte que FQ. égale & ſoit parallele à DG. & tirez QG. indéfinie vers K.

Tirez enſuite la diagonale indéfinie QD. vers R. & ayant prolongé le côté BC. juſqu'à ce qu'elle rencontre cette diagonale au point R. tirez la ligne RK. parallele à CDG. & continuez FD. vers H. *& vous aurez pour lors conſtruit un parallelograme donné* DHKG. *qui ſera égal & ſemblable au parallelograme donné* BCDF. *à cauſe de l'égalité des angles & des côtez de ces deux figures. Theor. VII. 1. part. pag.* 297.

Digitized by Google

III.

Pour faire un poligone irregulier ou figure irreguliere, ſemblable & égale à un poligone donné irregulier K. *& ſur une ligne donnée* AB. *égale à* GH. *de ce même poligone. Fig.* 38. *&* 39. *pl.* XV.

Formez à l'extrêmité A. de la ligne donnée AB. un angle égal à l'angle G. de la figure donnée, & tirez la ligne AF. égale au côté GN.

A l'autre extrêmité B. de la ligne donnée, formez un angle égal à l'angle H. & tirez la ligne BC. égale au côté HI. de la figure donnée.

Enſuite au point F. formez un angle égal à l'angle N. & tirez la ligne FE. égale à la ligne NM. de la figure donnée; de même au point C. faites un angle rentrant égal à l'angle rentrant I. & tirez la ligne CD. égale à la ligne ou côté IL. de la figure donnée; & enfin tirez la ligne ED. *& vous aurez conſtruit un poligone irregulier* ABCDEF. *qui ſera égal & ſemblable au poligone donné* GHILMN. *& ſur un côté donné* AB. *égal à* GH. *de ce même poligone, à cauſe de l'égalité des angles & des côtez de ces deux figures. Theor.* XIII. *I. part. page* 262. *& Theor.* XV. *page* 265.

Digitized by Google

AUTREMENT.

QUe ſi ce poligone irregulier étoit le plan de quelque enclos, ou de quelque piece de terre, & qu'on voulût en faire voir le plan ſur le papier.

Il faudroit comme l'on a déja dit prendre ſur les lieux la valeur des angles & des côtez de cette figure irreguliere, & s'étant formé une échelle ſur le papier d'une longueur proportionée à la grandeur du plan, & diviſée en tout autant de parties égales, que le plus grand côté de la figure irreguliere peut contenir de toiſes.

Faites enſuite ſur cette échelle, ainſi bien diviſée, en parties égales, une figure ſemblable à celle qui eſt ſur le terrain, de la même maniere que l'on a fait cy-devant pour les triangles, *& vous aurez ce que vous ſouhaitez.*

REMARQUE.

QUe ſi le poligone étoit regulier, il ſuffiroit de connoître un ſeul de ſes angles, & un ſeul de ſes côtez pour les connoître tous, & pour pouvoir en faire un ſemblable & égal à un autre poligone donné, en ſe ſervant cependant de la même methode.

Digitized by Google

IV.

Pour faire telle figure qu'on voudra ſemblable ou égale à une figure donnée. Fig. 41. & 42. pl. XVI.

Soit la figure irreguliere donnée A. à laquelle on veut faire une figure K. qui lui ſoit ſemblable & parfaitement égale.

Il faut renfermer la figure A. dans un quarré parfait MNOP. que l'on ſouſdiviſera en tout autant d'autres petits quarrez égaux (que faire ſe pourra) comme icy en 25 quarrez égaux d'une toiſe quarrée chacun, plus ou moins ſuivant le beſoin.

Faites enſuite un autre quarré parfait QRST. égal à celui qui renferme la figure A. & diviſé en tout autant d'autres petits quarrez ſemblables & égaux.

Prenez avec le compas la valeur de la ligne EF. de la figure donnée, & portez-la dans les petits quarrez qui lui répondent, comme VX. enſorte que le point V. réponde au point E. dans les ſeconds quarrez, & que le point X. réponde au point F. dans les cinquiémes petits quarrez, pour lors la ligne VX. ſera égale & ſemblablement placée à la ligne EF.

Mais afin que les extêmitez de la ligne V. & X. ſoient conformément placées dans

les petits quarrez 2 & 5. aux deux extrêmitez E & F. du côté de la figure donnée, il faut que les points V & X ſoient également diſtants des angles T & S. & de la ligne ST. du grand quarré QRST. que les deux points F & E. le ſont des deux angles N & O. & de la ligne ON. de ſon grand quarré MNOP.

Cette premiere ligne VX. étant placée conformément au côté EF. de la figure donnée, prenez enſuite la valeur de la ligne FD. & portez-la du point X. au point I. enſorte que la ligne XI. ſoit ſemblablement placée dans les petits quarrez, ainſi que la ligne FD. l'eſt dans les ſiens, & que le point I. ſoit également diſtant de l'angle R. & de la ligne RS. que le point D. l'eſt de l'angle P. & de la ligne PO.

Si l'on en fait autant des lignes DC. CB. BH. HE. *l'on aura fait une figure* K. *qui ſera ſemblable & égale à la figure donnée* A.

REMARQUE.

CEtte methode eſt extrêmement facile & juſte, pour faire un plan ſemblable à un autre, qui lui ſoit égal ou en proportion, & pour le faire plus grand ou plus petit que celui qui eſt donné; car il n'y a qu'à faire les quarrez plus grands ou plus petits, pourvû qu'ils ſoient en nombre égaux, & pour lors le plan

Digitized by Google

qu'on fera en cette maniere, ſera ſemblable & égal, ou proportionellement égal au plan donné, & qu'on aura voulu repreſenter en plus grand ou en plus petit.

V.

Pour faire une figure ſemblable & en proportion à une autre figure donnée; c'eſt-à-dire plus grande ou plus petite que la donnée, voicy une autre methode.

I. Exemple.

Pour faire une figure ſemblable à une figure donnée A. *laquelle ſoit cinq fois plus grande que cette donnée. fig.* 32. *pl.* XIV.

Portez la valeur d'un des côtez BC. (*qui eſt de 6 toiſes*) de la figure donnée, ſur une ligne indeterminée DL. autant de fois que vous voulez que la figure à faire contienne celle qui eſt faite, comme icy cinq fois de D en E.

Cherchez enſuite entre cette ligne totale DE. & le côté BC. de la figure donnée une ligne moyenne proportionelle, & elle vous ſervira d'échelle pour faire un plan ou une figure cinq fois plus grande que la figure A.

Pour trouver cette moyenne proportionelle; portez le côté BC. d'E en F. & vous aurez la ligne totale DF. du point milieu H. de

Digitized by Google

cette ligne, décrivez comme centre le demi cercle DGF

Elevez enfin au point E. la perpendiculaire EK. coupant le cercle au point K. & cette perpendiculaire EK. ſera la moyenne proportionelle cherchée, laquelle vous diviſerez en ſix parties égales (qui ſeront tout autant de toiſes, comme en la ligne BC.)

Je dis pour lors que ſi ſur cette ligne EK. qui vous ſervira d'échelle, vous y faites une figure ſemblable à la figure donnée, ainſi qu'on l'a déja enſeigné, *elle ſera cinq fois plus grande que la figure donnée* A. *ou la contiendra cinq fois*, & ainſi d'un plus grand nombre de fois, & autant que l'on voudra, *à cauſe de la proportion qu'il y a entre leurs lignes, par le Theor. I. de la I. part. pag.* 201.

VI.

II. EXEMPLE.

POur faire une figure ſemblable & en proportion à une figure donnée M. *laquelle ſoit plus petite que la donnée comme icy, qu'elle n'en ſoit que le tiers. fig.* 33. *pl.* XIV.

Diviſez l'un des côtez de la figure donnée, comme icy NO. en trois parties égales, & ayant porté cette ligne NO. ſur une

ligne indeterminée NP. cherchez une ligne moyenne proportionelle entre cette ligne ou côté NO. & ſon tiers NQ. & cette moyenne proportionelle vous ſervira d'échelle pour faire un plan ou une figure qui ne ſera que le tiers de la donnée M.

Mais pour trouver cette moyenne proportionelle, ajoutez à la ligne totale NO. ſon tiers OR. ou NQ. & du milieu V. de cette ligne totale NR. décrivez le demi cercle NTR.

Enfin, au point O. élevez la perpendiculaire OS. coupant le cercle au point S. laquelle vous diviſerez en tout autant de parties égales que le côté NO. de la figure donnée contient de toiſes.

Je dis pour lors que ſi ſur cette ligne OS. *moyenne proportionelle, l'on conſtruit une figure ſemblable à la figure donnée* M. *elle ne ſera que le tiers de cette figure donnée, & ainſi pour toute autre figure ou exemple, par les Theor.* 16. & 18. *de la I. part. page* 217 *&* 219.

REMARQUE.

DAns cet exemple, ainſi que dans le précédent, *il faut toujours prendre le plus grand côté de la figure donnée pour lui chercher une moyenne proportionelle, comme on vient de le faire voir pour pouvoir faire un plan plus grand ou plus petit que le plan ou figure*

Digitized by Google

donnée, & diviſer toujours cette moyenne proportionelle, lorſqu'on l'a trouvée, en tout autant de parties égales que le grand côté de la figure donnée peut contenir de toiſes, ou autres meſures, &c.

VII.

Pour faire un plan quarré double, triple, quadruple, &c. d'un autre plan ou quarré donné ABCD. *on peut ſe ſervir utilement de la methode ſuivante. Fig.* 40 *pl.* XV.

1°. Si l'on veut un quarré qui ſoit double du quarré donné, continuez le côté CD. vers E. enſorte que DE. égale CD. & tirez l'hypotenuſe AE. *ſi vous faites un quarré ſur cette hypotenuſe* AE. *il ſera double du quarré donné.*

2°. Si l'on veut faire un quarré qui ſoit triple du quarré donné, ayant fait la premiere operation, élevez au point E. la perpendiculaire EF. & faites EF. égale au côté du quarré CD. tirez enſuite l'hypotenuſe AF. *je dis que ſi vous faites ſur cette ligne* AF. *un quarré, il ſera triple du quarré donné.*

3°. Que ſi l'on veut faire un quarré qui ſoit quadruple du quarré donné, ayant fait la ſeconde operation, élevez au point F. la perpendiculaire FG. enſorte que FG. égale le côté CD. du quarré, tirez enſuite la ligne ou hypotenuſe AG. *je dis que ſi*

ſur cette ligne vous faites un quarré, il ſera quadruple du quarré donné; car cette ligne AG. *ſera pour lors double du côté* CD. *ou* AB. *dudit quarré, ce qui ſera la même choſe que ſi l'on avoit fait un quarré ſur un côté double du quarré donné, par le Theor.* XVI. *de la I. part. pag.* 268.

VIII.

Pour doubler & quadrupler le quarré donné ABCD. prolongez à volonté le côté AD & le côté AB. tirez auſſi la diagonale indefinie AK. *Fig.* 43. *pl.* XVI.

1°. Du point A. au point C. formez l'arc de cercle CE. & ſur la ligne AE. faites un quarré EFGA. *il ſera pour lors double du quarré donné* ABCD.

2°. Du point A. & diſtance AF. faites un autre arc de cercle FH. & ſur la ligne AH. formez un quarré HKIA. *ce quarré ſera quadruple du quarré* BD. *& ainſi de toute autre grandeur, toujours en augmentant, & en ſuivant la même pratique, par le Theor.* XVI. *de la I. part. pag.* 268.

IX.

Pour doubler, tripler, & quadrupler le plan donné ou pentagone irregulier ABCDE. *Fig.* 45. *pl.* XVI.

1°. Prolongez l'un des côtez AB. vers

X. tirez en même temps les rayons indéterminez ADN. ACL.

Abaiſſez la perpendiculaire BR = AB. & du point A. décrivez l'arc RH. *ſi vous faites ſur* AH. *le pentagone* AHIKT. *il ſera double du pentagone donné, lui étant ſemblable.*

2°. Tirez enſuite RV. indeterminée & parallele à BG. ou AX. prenez ſur RV. RS = BH. & du point A. & diſtance AS. formez l'arc de cercle SO.

Si ſur AO. *vous faites un pentagone* AO PQZ. *ſemblable au precedent, il ſera triple du pentagone donné.*

3°. Prenez enſuite ſur RV. la valeur SV. égale à RS. ou HO. & du point A. & diſtance AV. décrivez l'arc de cercle VM.

Si ſur la ligne AM. vous faites le pentagone A M Y. ſemblable aux précédens, *ce pentagone ſera quadruple du pentagone donné.*

Et ſi ſur AG. l'on en faiſoit un autre ſemblable, *il ſeroit quintuple, & ainſi de ſuite juſqu'à l'infini, par le même Theor.*

X.

ON ſe ſert du même principe pour augmenter & diminuer un cercle BCD. *autant qu'on voudra. Fig.* 44. *pl.* XVI.

Car 1°. ayant continué le rayon AC.

hors le cercle, abaiſſez la perpendiculaire CH = AC.

Du centre A. décrivez le cercle HLK. & il ſera double du cercle donné.

2°. Menez enſuite HO. parallele à CG. & prenez ſur HO. HM = CL. du centre A. & diſtance AM. décrivez le cercle MK. *il ſera triple du cercle propoſé.*

3°. Et enfin ſi ſur HO. on prend encore ME = HM. ou = CL. & que l'on tire AF. ſi du point A. & diſtance F. on décrit le cercle FE. *il ſera quadruple du cercle donné, & ainſi de ſuite juſques à l'infini par le même Theor.* XVI. *de la I. part. pag.* 268. *& par le Theor. I. pag.* 320.

XI.

Pour faire une échelle de reduction, ſervant à reduire un plan de grand en petit. Figure 46. *pl.* XVI.

Il faut tirer ſur du carton, ou du papier un peu fort, ou autrement, ſuivant la commodité, une ligne indefinie AE. ſur laquelle vous porterez la valeur AB. de l'échelle du grand plan que vous voulez reduire.

Du point A. comme centre & diſtance AB. valeur de votre grande échelle, formez un arc de cercle indéfinie BD. ſur lequel portez-y la valeur BC. de la petite

échelle que vous voulez faire ſervir à votre plan reduit en petit.

Enſuite du point A. tirez une ligne auſſi indéfinie AK. qui paſſe par le point C. qui eſt l'extrêmité de votre petite échelle BC.

Cela étant fait, je dis que toutes les lignes ou meſures qu'on prendra ſur le grand plan, & qu'on raportera ſur la ligne indéfinie AE. faiſant à chaque opération des arcs de cercle, qui iront couper l'autre ligne indéfinie AK. ſeront proportionelles aux cordes de ces arcs, *leſquelles cordes ſeront dans le petit plan, ce que les lignes du grand plan, qui leur répondent, ſont à ce grand plan.*

Par exemple, ſi ſur le grand plan vous y prenez une ligne dont la valeur ſoit AL. & que vous la portiez ſur la ligne indéfinie AE. formant du point A. au point L. un arc de cercle LPR. je dis que ſi vous tirez pour lors la corde LR. cette corde ou ligne LR. ſera en proportion avec la ligne AL. *enſorte que* LR. *ſera dans le petit plan, ce que* AL. *eſt dans le grand, c'eſt-à-dire que ſi* LA. *valoit dix toiſes dans le grand plan,* LR. *en vaudroit auſſi dix, dans le petit.*

Que ſi dans le grand plan vous y prenez une autre plus grande ligne ou meſure, comme AM. & que vous la portiez ſur la

ligne indéfinie AE. faisant du point A. & distance M. un arc de cercle MQN. je dis pour lors que si vous tirez la corde MN. cette corde ou ligne MN. sera en proportion avec la ligne AM. *ensorte que* MN. *sera dans le petit plan, ce que la ligne* AM. *est dans le grand, & ainsi de toutes les lignes ou mesures du grand plan.*

REMARQUE.

POur reduire une figure de petit en grand, la méthode des quarrez est la meilleure & la plus facile, c'est-à-dire en renfermant la figure à copier dans des petits quarrez égaux, pour la refaire semblable & en plus grand dans tout autant d'autres quarrez, pourvû qu'ils soient plus grand suivant la volonté, ou la grandeur du papier dont on veut servir.

XII.

POur lever la carte d'un païs, & pour la figurer sur le papier proportionellement à la figure du terrain même qu'elle contient. pl. 17.

Soit le plan d'un païs, ou d'une terre figurée comme on la voit dans la planche 17. dont on veut lever la carte, c'est-à-dire sçavoir sa situation, ses distances d'un lieu à un autre, son contenu en superficie, & enfin qu'on veut representer sur le papier, ainsi qu'il est sur le terrain.

Digitized by Google

Il faut chercher deux lieux les plus élevez, comme AB. d'où l'on puiſſe découvrir tout le païs dont on veut lever le plan.

Il faut que la diſtance de ces deux lieux A & B. qui ſont un château & une chapelle ſoit exactement connuë, pour pouvoir ſervir de baſe à la carte qu'on veut faire, & ſçachant que du château A. à la chapelle B. il y a 2000 toiſes qui eſt la valeur d'une petite lieüe de France.

Faites au point A. les operations ſuivantes, 1°. ayez un demi cercle bien diviſé en degrez & minutes s'il ſe peut, d'environ un pied de diametre, & ayant placé bien perpendiculairement ce demi cercle ſur ſon piveau ou ſur ſon pied, tournez ſa regle ou alidade immobile du côté de la chapelle B. enſorte qu'elle vous repreſente par un rayon viſuel la ligne AB.

Servez-vous enſuite de ſon alidade mobile, aux bouts de laquelle ſont deux petites pinules à l'ordinaire, ou bien le long de laquelle eſt une bonne lunette d'aproche pour obſerver tous les lieux qui peuvent ſe trouver ſur le terrain au-delà de la ligne AB.

Et avec cette alidade ou lunette mobile, obſervez par le point A. le lieu N. qui eſt un hameau, & voyez de combien ſe trouvera être de degrez ſur le demi cercle

l'angle formé par la ligne BA. & le rayon visuel AN. & en ayant connu la valeur, marquez sur un papier figurativement, que l'angle BAN. est de tant de degrez.

Ensuite tournez votre alidade vers le point G. & voyez sur votre demi cercle de combien de degrez sera l'angle BAG. & l'ayant connu, marquez-en la valeur sur le même papier pour être d'autant de degrez.

De même ayant observé par le point A. tous les autres lieux qui se peuvent rencontrer dans le païs qu'on a à lever au-delà de la ligne AB. ayant connu tous les angles formez par la ligne AB. & les rayons visuels AN. AG. AF. AD. &c. faites la même operation du même point A. en-deçà de la ligne AB. pour pouvoir connoître les differents angles formez par la ligne AB. & les rayons AP. AO. AT. AQ. &c. que vous marquerez exactement sur un papier pour ne les pas oublier.

2°. Passez ensuite au point B. d'où vous observerez tant en de-là qu'en de-çà de la ligne AB. tous les mêmes lieux que vous avez observé du point A. & ayant connu la valeur des angles formez par la ligne AB. & les rayons visuels BN. BM. BK. BC. BD. &c. en-delà de la ligne, & les angles formez par la même ligne AB. & les

rayons visuels BR. BP. BQ. &c. en de-çà de cette ligne, marquez-les aussi exactement sur le même papier pour ne les pas oublier.

3°. Pour figurer à present sur le papier le terrain qu'on a observé avec le demi cercle, prenez une feuille de papier plûtôt grande que petite, & y ayant tiré dans un endroit convenable une ligne droite, comme AB. pour servir d'échelle ou de base (à votre carte) que vous diviserez en tant de parties égales qu'il se pourra, équivalentes à 2000 toises, valeur de la distance du château A. à la chapelle B.

Formez ensuite aux deux extrêmitez A & B. avec le compas tout autant d'arcs de cercles que vous avez d'angles à observer, & ayant marqué sur les arcs la valeur de chacun des angles qu'on a trouvé sur le terrain de part & d'autre de la ligne AB. soit avec un raporteur, ou avec un bon demi cercle, tirez des lignes indeterminées qui forment ces angles, pour lors tous les endroits marquez par leurs sections, vous donneront la juste position de tous les lieux que vous aurez observé sur le terrain, & vous en connoîtrez à peu près les justes distances des uns aux autres.

Car ayant porté la ligne AD. ou BD. sur

ſur AB. qui eſt diviſée en parties égales valant des toiſes, vous connoîtrez la diſtance qu'il y aura du château A. à la ville D. de même vous connoîtrez auſſi la diſtance qu'il y aura de la chapelle B. à la ville D. & ainſi de tous les autres lieux qui peuvent ſe trouver ſur cette carte.

4°. S'il ſe trouve pluſieurs choſes à obſerver dans cette carte, comme le contour des rivieres, les hauteurs, les montagnes, les valons, prairies, vignobles, terres labourables, jardins, bois, &c. il ſera aiſé de les y placer, ou de les y repreſenter aſſez juſtement, au moyen de tous les triangles qui ſe trouvent formez par la ligne AB. & tous les rayons viſuels, ou lignes droites tirées de ces deux points, en placant dans chaque triangle ce qu'on aura obſervé devoir y être.

5°. Pour ſçavoir préſentement ce que ce terrain contient en ſuperficie, il faudroit renfermer la figure repréſentée par la petite carte qu'on vient d'en dreſſer dans un quarré, ou dans un rectangle, ou dans toute autre figure reguliere, & diviſer enſuite la figure totale qui ſeroit un quarré imparfait, ou un rectangle, &c. en triangles, qu'on meſureroit chacun en particulier, pour n'en faire qu'un total, & *ce total donneroit la ſuperficie totale de la*

terre dont on auroit levé le plan, & dont on voit la Figure dans la planche XVII. *à cauſe de l'égalité proportionelle des angles, des lignes ou côtez des triangles qu'on a obſervé ſur le terrain, & rapporté enſuite ſur le papier, Theor.* XIV. *I. part. page* 264. *& Theor. II. page* 301.

SECTION CINQUIEME

Du changement des figures, ou de la maniere de faire une figure égale à une autre, ſans qu'elles ſoient ſemblables entre elles.

ON entend icy par une figure égale à une autre, ſans lui être ſemblable, celle qui contient en ſuperficie le même nombre de parties égales, ſans avoir égard à ſes angles ni à ſes côtez, ainſi qu'on le verra dans les problêmes ſuivants.

PROBLEMES.

I.

POur faire un triangle rectangle qui ſoit égal au triangle équilateral ABC. *Fig.* 1. *pl.* XVIII.

Digitized by Google

Abaiſſez la perpendiculaire BD. qui diviſera la baſe AC. du triangle équilateral en deux parties égales au point D.

Prolongez cette baſe vers E. enſorte que AE. égale AD. pour lors, *ſi vous tirez la ligne* EB. *vous aurez le triangle rectangle* BDE. *qui ſera égal au triangle équilateral* ABC. *par le Theor.* XV. *de la I. part. pag.* 265.

II.

POur faire un triangle obtuſangle ou ambligone & ſcalene, égal au triangle équilateral ABC. *Fig.* 2. *pl.* XVIII.

Par le ſommet B. du triangle équilateral, tirez une ligne indefinie BF. qui ſoit parallele à la baſe AC. du triangle.

Tirez enſuite une ligne CF. à volonté, pourvû que ſon angle en C. ſoit obtus, pour lors, *ſi vous tirez une autre ligne* AF. *vous aurez un triangle obtuſangle & ſcalene* ACF. *égal au triangle équilateral* ABC. *par le même Theor.*

III.

POur faire un triangle iſocelle & obtuſangle égal à un triangle équilateral ABC. *Fig.* 3. *pl.* XVIII.

Par le ſommet B. tirez une ligne BD. parallele à la baſe AC. & du point C. portez la valeur AC. de la baſe, & ayant tiré

enſuite la ligne AD. *vous aurez un triangle iſocelle* ACD. *qui ſera égal au triangle équilateral* ABC. *par le même Theor.*

IV.

POur faire un triangle rectangle égal à un triangle iſocelle BAC. *Fig.* 4. *pl.* XVIII.

Abaiſſez la perpendiculaire AD. qui diviſera la baſe BC. en deux également au point D. prolongez cette baſe CB. vers E. enſorte que BE = BD. & tirez EA. *& vous aurez un triangle rectangle* ADE. *qui ſera égal au triangle & iſocelle donné* BAC. *par le même Theor.*

V.

POur faire un triangle ſcalene égal au triangle iſocelle donné BAC. *Fig.* 5. *pl.* XVIII.

Par le ſommet A. tirez une ligne EF. parallele à la baſe du triangle BC. prenez ſur cette ligne vers E. ou vers F. un point tel que D. & ayant enſuite tiré les deux lignes DB. DC. *vous aurez un triangle ſcalene* BDC. *qui ſera égal au triangle iſocelle donné* BAC. *par le même Theor.*

VI.

POur faire un triangle équilateral égal à un triangle ſcalene donné ABC. *Fig.* 6. *pl.* XVIII.

Digitized by Google

Faites ſous la baſe AB. le triangle équilateral ABD. prolongez le côté BD. vers E. menez CE. parallele à la baſe AB. & ayant ſuppoſé la ligne AE. pour lors le triangle EBA. ſera égal au triangle donné BAC. puiſqu'ils ont même baſe AB. & qu'ils ſont entre les mêmes paralleles AB. EC.

Décrivez enſuite ſur la ligne DE. le demi cercle DFE. & ayant élevé BF. moyenne proportionelle entre les extrêmes BE. BD.

Du point B. décrivez l'arc FGH. & du point G. l'arc BH. ſi l'on mêne pour lors les lignes droites GH. BH. *on aura un triangle équilateral* BGH. *qui ſera égal au triangle ſcalene donné* ABC.

Car les lignes BE. BF. BD. ſont proportionelles, les triangles BEA. BDA. faits ſur les extrêmes BE. BD. ſont de même hauteur AI. : BG. eſt égale à la moyenne BF. & le triangle BGH. eſt fait ſemblable à ABD. *donc il ſera égal au triangle* BEA. *& par conſequent au triangle propoſé* ABC.

REMARQUE.

SI l'on vouloit faire un triangle équilateral égal à un rectangle ou à un iſocelle, il faudroit réduire ces triangles en un ſcalene qui leur fut égal, & ſe ſervir enſuite de la mê-

me operation : en faiſant un triangle équilateral égal à cet ſcalene, *il ſeroit auſſi égal au rectangle ou à l'iſocelle donné.*

VII.

Pour faire un triangle iſocelle ſur un côté donné AB. *en connoître ſa baſe* BD. *& faire que les angles ſur ſa baſe* B *&* D. *ſoient doubles de celui du ſommet* B. *Fig. 7. pl.* XVIII.

Du point A. & diſtance B. décrivez à volonté un arc de cercle BE. & ayant diviſé AB. en moyenne & extrême raiſon au point C.

Tirez enſuite la corde ou baſe BD. égale à la partie AC. joignez enfin la ligne AD. & vous aurez le triangle iſocelle BAD. dont les angles ſur la baſe B & D. ſeront doubles de celui du ſommet A.

Car ayant tiré la ligne CD. vous aurez l'angle CDB. qui ſera égal à l'angle du ſommet A. *par conſequent, l'angle* BDA. *ſera double de l'angle du ſommet* A. *ainſi que l'autre angle* DBA.

C'eſt pourquoi tout angle iſocelle A. dont la baſe eſt moyenne proportionelle entre le côté entier AB. & le côté moins cette baſe BD. eſt de 36. degrez, & chacun des angles ſur la baſe de 72 degrez.

Car 36. plus deux fois 72. (qui eſt le double de 36.) vaut 180. qui eſt la valeur

Digitized by Google

des trois angles pris enſemble, *par les Theor. IV. V. & VI. de la I. part. pag.* 255. 256. *&* 257.

AUTREMENT.

FAites au point B. un angle de 72 degrez, & ayant enſuite tiré la corde BD. qui coupera l'arc de cercle au point D. tirez pour lors du point A. à cette ſection D. la ligne AD. & vous aurez pareillement l'angle ou triangle iſocelle BAD. dont les angles de la baſe B & D. ſeront doubles de celui du ſommet A.

Car l'angle B. ayant été fait de 72 degrez, l'angle D. qui lui eſt égal, ſera auſſi de 72. donc celui du ſommet A. ne ſera que de 36 degrez, puiſque les trois enſemble n'en valent que 180.

VIII.

POur faire deux triangles iſoceles differents, d'une même ſuperficie, & d'un même contour. Fig. 8 *&* 9. *pl.* XVIII.

Ayant fait une échelle diviſée en tant de parties égales qu'on voudra, comme icy la ligne MN. de 50 parties.

Prenez par exemple 24 de ces parties pour une baſe AB. d'un de vos triangles, laquelle étant diviſée en deux également au point G. chacune de ſes parties AG. GB. en contiendront 12.

Elevez enſuite la perpendiculaire CG. de 35 parties égales de cette même ligne MN. tirez les deux lignes CA. CB. elles ſeront chacune de 37. & pour lors vous aurez un triangle iſocelle ACB. dont le pourtour ſera de 98 parties égales de votre échelle MN. & ſa ſuperficie de 420 de ces mêmes parties.

Mais pour avoir un autre triangle iſocelle, different du precedent, qui lui ſoit égal par ſon contour & par ſon aire. Fig. pl. XVIII.

Formez une baſe DE. de 40 parties égales de votre même échelle MN. & l'ayant diviſée en deux également au point H. ſes deux parties HE. HD. en contiendront chacune 20.

Elevez enſuite au point H. la perpendiculaire HF. de 21 de ces mêmes parties, & tirez les lignes FD. FE. elles ſe trouveront chacune de 29 parties égales, ce qui vous donnera un triangle iſocelle DFE. qui (quoique different du premier) aura le même contour, & la même ſuperficie que le triangle iſocelle ACB.

Car $40+29+29=98$. qui eſt ſon contour, & 20. multiplié par 21. donne 420. pour ſa ſuperficie, *à cauſe de la proportion des deux baſes par les deux hauteurs de ces deux triangles.*

Digitized by Google

I X.

Pour faire ſur une ligne donnée AB. *tant de triangles differents qu'on voudra, dont les contours ſoient égaux, pourvû qu'ils ne ſoient point équilateraux. Fig.* 10. *pl.* XIX.

Prolongez la ligne donnée AB. des deux côtez également & à volonté AD. BE. toute cette ligne DE. ſera pour lors priſe pour la ſomme de deux côtez de chaque triangle qu'on veut faire ſur la ligne donnée AB. ainſi qu'on le vera cy-après.

1°. Decrivez du point A. (*d'une ouverture de compas, un peu plus grande que la portion* AD.) un arc de cercle vers F. & ayant porté ſur DE. cette ouverte AF. de D en I. décrivez du point B. *& d'une ouverture de compas égale à* IE. un autre arc de cercle qui coupe le premier au point F. *pour lors le point* F. *ſera le ſommet du premier triangle* AFB. *que l'on veut former, lequel ſera ſcalene & obtuſangle.*

2°. *Pour en faire un rectangle qui lui ſoit égal par ſon contour.*

Prenez ſur la ligne DE. une grandeur à volonté DK. & du point A. & diſtance DK. formez un arc de cercle vers le point G. enſuite du point B. & diſtance EK. formez un autre arc de cercle coupant le précédent au point G. *& vous aurez pour lors*

le triangle rectangle AGB. *qui ſera égal en pourtour au precedent triangle ambligone* AFB.

3°. *Mais pour faire un triangle iſocelle égal en contour aux deux precedents.*

Diviſez la ligne DE en deux également au point C. du point A. & diſtance DC. formez un arc de cercle vers X. & du point B. & diſtance EC. formez un autre arc de cercle coupant le précédent au point X. tirez enſuite les deux lignes XA. XB. *& vous aurez le triangle iſocelle* AXB. *qui ſera égal en contour aux deux triangles précédents* AFB. AGB. *& ainſi de tous autres*, parce que les trois ſommets F. G. X. de ces trois triangles, ſe trouvent ſur la circonference d'une demi ovale dont le grand diametre eſt DE. & les deux foyers les deux points A & B.

X.

Pour faire un triangle égal à un triangle donné, dont chaque côté ſoit plus grand que chaque côté du triangle donné BAC. *Fig.* 21. *pl.* XIX.

Prolongez de part & d'autre la baſe CB. du triangle donné vers D & E. enſorte que toute la ligne DE. ſoit double de la baſe CB.

Abaiſſez des points D & E. les perpendiculaires DF. EG. égales à la moitié de

la hauteur AH. du triangle donné, & ayant tiré la ligne FG. vous aurez le parallelograme DFGE. qui ſera double du triangle donné BAC.

Ainſi en tirant du point H. les lignes HF. HG. *vous aurez le triangle* FHG. *qui ſera égal au triangle* BAC. *& dont tous les côtez ſeront plus grands que ceux du triangle donné par le Theor. XV. de la I. part. pag.* 265.

XI.

Pour élever un triangle qui ſoit égal à un triangle donné ADE. *Fig.* 12. *pl. XIX.*

Du ſommet D. du triangle donné, abaiſſez la perpendiculaire DC. & à l'angle E. élevez-y auſſi une perpendiculaire indefinie EB. laquelle ſera parallele à la précédente DC.

Prolongez le côté AD. juſqu'à ce qu'il aille couper la perpendiculaire EB. au point B.

Si vous tirez enſuite la ligne CB. *vous aurez élevé un triangle* ACB. *qui ſera égal au triangle donné* ADE.

Car le triangle BDC. eſt égal au triangle DCE. puiſqu'ils ont tous deux la même baſe DC. & qu'ils ſont entre les mêmes paralleles DC.BE. le petit triangle ACD. eſt commun à tous les deux, donc les deux triangles ACB. ADE. ſont égaux, *par le Theor. XV. de la I. part. pag.* 265.

Digitized by Google

XII.

Pour abaiſſer un triangle qui ſoit égal à un triangle donné ABC. *Fig.* 13. *pl. XIX.*

Tirez du point B. une ligne à volonté BE. du ſommet C. du triangle donné, tirez une ligne indefinie CD. qui ſoit parallele à la ligne BE.

Prolongez enſuite le petit côté AB. du triangle, juſqu'à ce qu'il coupe la parallele CD. au point D. ſi vous tirez enfin DE. *vous aurez abaiſſé un triangle* ADE. *qui ſera égal au triangle donné* ABC.

Car le triangle EBC. eſt égal au triangle EBD. puiſqu'ils ont tous deux la même baſe & la même hauteur, le petit triangle ABE. eſt commun à tous les deux, donc les deux triangles ABC. ADE. ſont égaux entre eux, *par le même Theorême.*

I. Remarque.

Lorſqu'on veut élever un triangle d'une hauteur déterminée, qui ſoit égal à un triangle donné ABC. *Fig.* 15. *pl. XIX.*

Soit la hauteur déterminée D. tirez par ce point D. une ligne GH. indéterminée & parallele à la baſe du triangle AC.

Prolongez vers cette ligne le côté AB. dudit triangle, & vous aurez la ligne ABD. tirez du point C. la ligne CD.

Digitized by Google

Faites la ligne EBE. parallele à la ligne CD. je dis pour lors que ſi l'on tire la ligne ED. *on aura le triangle* AED. *de la hauteur déterminée* K. *lequel ſera égal au triangle donné* ABC. *par le même principe.*

II. Remarque.

Mais ſi on vouloit abaiſſer un triangle d'une hauteur déterminée A. *qui fut égal à un triangle plus élevé* BCD. *Fig.* 14. *pl.* XIX.

Il faudroit par le point A. tirer une ligne indeterminée FAG. qui fut parallele à la baſe du triangle BE. & du point de ſection K. tirer la ligne KC. & du point D. ſa parallele indeterminée DE.

Prolongez enſuite le côté BC. vers cette parallele, juſqu'à ce qu'il la coupe au point E. ſi l'on tire pour lors la ligne KE. l'on aura le triangle BKE. abaiſſé d'une hauteur déterminée A. lequel ſera égal au triangle plus élevé BCD. *par le même principe.*

XIII.

Pour faire un triangle d'une hauteur déterminée F. *& qui ſoit égal à une figure quadrilatere irreguliere, comme au trapeſe* ABDC. *Fig.* 16. *pl. XIX.*

Sur la baſe CD. formez le triangle CFD. & par les points A & B. tirez des paralleles aux côtez AM. BN. leſquelles coupe-

ront la baſe prolongée aux points M & N.

Tirez pour lors les lignes FM. & FN. *& vous aurez le triangle* MFN. *égal au quadrilatere irregulier* ABDC. *par le Theor. III. de la I. part. pag.* 293.

Mais ſi ce quadrilatere étoit regulier comme ABDC. on n'auroit qu'à tirer la diagonale AD. & par le point B. ſa parallele BN. juſqu'à ce qu'elle coupât le côté prolongé CD. au point N. & tirer enfin AN. *& l'on auroit le triangle* ACN. *égal au quadrilatere donné* ABCD. *par le même principe. Fig.* 17. *pl. XIX.*

XIV.

POur faire un triangle égal à un quarré parfait, à un parallelograme, à un rhombe & à un romboide donnez ABCD. *Fig.* 18 *&* 19. *pl.* XIX. *& Fig.* 20 *&* 21. *pl. XX.*

Il ne faut que prolonger un de leurs côtez qui ſert de baſe à ces figures regulieres de quatre côtez, comme CB. vers E. enſorte que BE ſoit égal à ce même côté ou baſe CB.

Pour lors ayant tiré les lignes AC. AE. vous aurez les triangles CAE. égaux à vos quatre figures données ABCD.

Car les triangles exterieurs ABE. ſont égaux aux triangles interieurs ABC. qui ſont moitié de vos quatre figures données

ABCD. *par le Theorême III. de la I. partie page* 293.

XV.

Pour faire un triangle égal à un trapeſe donné ABCD. *Fig.* 22. *&* 23. *pl.* XX.

Premierement.

Lorſque le trapeſe n'a point d'angles droits, prolongez ſon petit côté AB. vers F. & enſuite au point C. élevez la perpendiculaire CF. qui aille rencontrer le côté prolongé au point F. *Fig.* 22. *pl.* XX.

Abaiſſez en ſecond lieu au point A. la perpendiculaire AK. & vous aurez pour lors un parallelograme AFCK. qui ſera égal au trapeſe donné ABCD.

Si vous continuez enfin la ligne KC. vers E. enſorte que CE. égale CK. & que vous tiriez les lignes FK. FE. *vous aurez le triangle* KFE. *qui ſera égal au parallelograme* AFCK. *& par conſequent au trapeſe donné* ABCD. *par le Theor. III. de la I. part. pag.* 293.

Secondement.

Lorſque le trapeſe a des angles droits, comme ABCD. *Fig.* 23. *pl.* XX.

Diviſez ſon côté oblique AB. en deux également au point K. & par ce point,

tirez la ligne GKF. parallele au côté DC.

Prolongez enſuite le côté CB. juſqu'à ce qu'il rencontre cette parallele au point F.

Si vous prolongez enfin le côté DC. vers E. enſorte que CE. égale CD. & que vous tiriez les lignes FD. FE. *vous aurez le triangle* DFE. *qui ſera égal au parallelograme* GFCD. *& par conſequent égal au trapeſe rectangle* ABCD. *par le même principe.*

REMARQUE.

COmme dans les problêmes précédents on ne donne que la maniere de faire des triangles iſocelles égaux à des figures données, ſi l'on vouloit en faire des rectangles des équilateraux ou des ſcalenes, il faudroit toujours réduire les figures données en triangles iſocelles, ainſi qu'on vient de le faire voir, & enſuite réduire les triangles iſocelles en tels triangles qu'on le ſouhaiteroit, & l'on auroit ce qu'on demande.

XVI.

POur faire un triangle égal à un trapeſoide donné ABCF. *Fig.* 24. *pl.* XX.

Tirez la ligne CA. & ſa parallele BG. prolongez le côté FA. vers G. juſqu'à ce qu'il coupe la parallele BG. au point G.

Tirez enſuite la diagonale CG. & vous aurez le triangle FCG. qui ſera égal au trapeſoïde donné ABCF.

Digitized by Google

Car les deux triangles ACG. GBC. ſont égaux, puiſqu'ils ont la même baſe CG. & qu'ils ſont entre les mêmes paralleles BG. CA. les petits triangles GEA. & BEG. ſont communs à tous les deux, donc le triangle total FCG. eſt égal au trapeſe ABCF. *par le même principe.*

XVII.

POur reduire en triangle le quadrilatere ABCD. prolongez la baſe AB. vers E. tirez la diagonale AD. & ſa parallele CE. ſur le côté prolongé, ſi l'on tire pour lors la ligne ED. *l'on aura le triangle* DBE. *égal au quadrilatere donné* ABCD. *par le même Theor. Fig.* 25. *pl. XX.*

XVIII.

POur faire un triangle égal à un quadrilatere donné ABCD. *qui a un angle rentrant en* A. *Fig.* 26. *pl. XX.*

Tirez BD. & ſa parallele AE. pour lors ſi l'on tire la ligne DE. *l'on aura le triangle* CED. *qui ſera égal au quadrilatere donné, par le même Theor.*

XIX.

POur faire un triangle égal à un quarré, à un rectangle ou à un trapeſe ABDC. *& qui ait ſon ſommet en un point donné* K. *de la figure donnée. Fig.* 27. *pl. XX.*

Digitized by Google

Tirez les lignes KA. KB. & ſes paralleles DG. CF. ſur le côté AB. prolongé, ſi l'on tire pour lors les lignes KG. KF. *l'on aura le triangle* FKG. *qui ſera égal au quarré, au rectangle, ou au trapeſe donné, par le même Theor.*

XX.

POur faire un triangle égal à un cercle donné A. *Fig.* 29. *pl. XX.*

Abaiſſez le rayon AB. & au point B. tirez une ligne indefinie BE. ſur laquelle portez trois fois la valeur du diametre BC. & ſa ſeptiéme partie BD. ce qui donnera une ligne BE.

Tirez enſuite AE. *& vous aurez un triangle* ABE. *qui ſera égal au cercle donné A. ainſi qu'on l'a deja demontré, par le Theor. II. de la I. part. pag.* 321. *&* 323.

XXI.

POur faire un triangle égal à un poligone regulier, comme icy au pentagone donné ABCDE. *Fig.* 30 & 31. *pl. XXI.*

Tirez une ligne indefinie HI. ſur laquelle portez-y cinq fois la valeur AB. d'un des côtez du pentagone, laquelle valeur AB. diviſera la ligne indefinie HI. en cinq parties égales aux points L. M. N. & O.

Elevez enſuite au point H. une perpen-

Digitized by Google

diculaire HK. égale à la hauteur XF. d'un des triangles ABX. dont le pentagone eſt compoſé, & qui ſont tous égaux.

Et ayant enfin tiré du point K. aux points de diviſions L. M. N. O. & I. vous aurez cinq triangles qui ſeront égaux, puiſqu'ils ont la même baſe & la même hauteur, donc le triangle total IHK. les vaudra tous cinq.

Or, comme le triangle Rectangle KHL. eſt égal à un des triangles AXB. du pentagone, qui en contient cinq égaux, *il s'enſuivra que le triangle total* KHI. *qui en contient auſſi cinq qui leurs ſont égaux, ſera égal lui-même au pentagone* ABCDE. *par le Theorême VIII. de la I. part. pag.* 329.

XXII.

POur faire un triangle égal à un poligone irregulier, comme icy au pentagone donné ABCDE. *Fig.* 28. *pl. XX.*

Tirez dans le poligone irregulier du point C. aux deux extrêmitez de ſon plus grand côté les lignes CE. & AC.

Enſuite des points B & D. tirez à volonté les lignes DF. & BG. paralleles aux lignes CA. & CE. prolongez pour lors le grand côté EA, juſqu'à ce qu'il rencontre ces deux paralleles aux points F & G.

Si l'on tire pour lors les lignes CF. &

Digitized by Google

CG. *l'on aura un triangle* FCG. *qui ſera égal au pentagone irregulier* ABCDE. *par le Theor. XV. de la I. part. pag.* 265.

XXIII.

POur faire un parallelograme ou rectangle égal à un triangle ſcalene donné BAC. *Fig.* 40. *pl.* XXII.

Du ſommet A. de ce triangle, abaiſſez la perpendiculaire AD. que vous diviſerez en deux parties égales au point E.

Tirez par ce point E. la ligne indeterminée FE G. enſuite aux points B & C. élevez les perpendiculaires BF. CG. juſqu'à ce qu'elles rencontrent la parallele aux points F & G. *& vous aurez pour lors un parallelograme* BFGC. *qui ſera égal au triangle donné* BAC. *par le Theor. III. de la I. part. page* 293.

XXIV.

POur faire un parallelograme égal à un triangle iſocelle donné BAC. *Fig.* 42. *pl.* XXII.

Abaiſſez du ſommet A. la perpendiculaire AD. & au point C. élevez la perpendiculaire CF. égale à AD. joignez enſuite AF. *& vous aurez un rectangle* BHGC. *égal au triangle donné* BAC. *par le même Theor.*

Digitized by Google

AUTREMENT.

DIviſez la perpendiculaire AD. en deux également au point E. & ayant tiré la ligne HEG. parallele à la baſe BC. élevez aux points B & C. les perpendiculaires BH. & CG. *& vous aurez un rectangle* BHGC. *égal au triangle donné* BAC. *par le même Theor.*

XXV.

POur *faire un rectangle égal à un triangle rectangle donné* ABC. *Fig.* 44. *pl.* XXII. Diviſez le côté AB. également au point D. & de ce point tirez la parallele DF. égale à BC. joignez CF. *& vous aurez le rectangle* DFCB. *égal au triangle rectangle donné* ABC. *par le même Theor.*

AUTREMENT.

DIviſez BC. en deux également au point H. & ſur ce point élevez la perpendiculaire HG. égale à la hauteur du triangle BA. joignez enſuite AG. *& vous aurez le rectangle* BAGH. *égal au même triangle* ABC. *par le même Theor.*

XXVI.

POur *faire un rectangle égal à un triangle ambligone ou obtuſangle donné* BAC. *Fig.* 43. *pl.* XXII.

Diviſez la baſe BC. en deux également au point E. & du ſommet A. tirez l'indefinie AD. parallele à la baſe BC.

Enſuite aux points E & C. élevez les perpendiculaires EF. CG. *& vous aurez le rectangle* CEFG. *qui ſera égal au triangle donné* BCA. *par le même Theor.*

AUTREMENT.

ELevez au point C & B. les deux perpendiculaires CH. & BK. égales chacune à la moitié de la hauteur du triangle donné, *& vous aurez le rectangle* BCHK. *qui ſera égal au triangle obtuſangle* BCA. *par le même Theor.*

I. REMARQUE.

SI on vouloit faire un triangle double d'un triangle donné, il faudroit doubler la baſe du triangle donné, & ſur cette baſe faire tel triangle qu'on voudroit, pourvû qu'il n'eût pas plus de hauteur que le triangle donné, *& l'on auroit ce qu'on ſouhaite par le Theor. I. de la I. part. pag. 292.*

AUTREMENT.

IL faudroit ſur la même baſe du triangle donné, élever un triangle, dont la hauteur ſeroit le double de celle du triangle donné ; ce problême eſt trop clair pour

avoir besoin d'autre explication, *par le même Theor.*

II. Remarque.

Pour faire un triangle double d'un quarré donné.

Il faut doubler l'un des côtez de ce quarré, & faire sur ce côté doublé un triangle, dont la hauteur soit aussi double de celle du quarré, *& l'on auroit ce qu'on souhaite, par le même Theor.*

Si on vouloit faire un triangle double d'un parallelograme d'un rhombe ou rhomboide donné.

Il faudroit pareillement sur le côté double d'une de ces figures élever un triangle dont la hauteur fut aussi double de la hauteur d'une de ces mêmes figures, *& l'on auroit ce qu'on souhaite, par le même Theor.*

III. Remarque.

Pour faire un quarré ou rectangle double d'un triangle donné.

Il faut sur la base du triangle donné, & de la même hauteur dudit triangle, former un quarré ou un rectangle, *& il sera double du triangle donné*, ce problême est aussi trop clair pour avoir besoin d'autre explication, *par le même Theor.*

Digitized by Google

AUTREMENT.

IL faut ſur la baſe double du triangle donné former le quarré ou rectangle qu'on demande, pourvû qu'il n'ait pour hauteur que la moitié de la hauteur du même triangle, *& l'on aura un quarré ou rectangle égal à ce triangle donné, par le même Theor.*

IV. REMARQUE.

ON peut faire la même choſe pour toute autre figure reguliere ou irreguliere, après l'avoir reduite en quarré, rectangle, ou triangles égaux; car en doublant leurs baſes, & diminuant leur hauteur de la moitié, ou en doublant leur hauteur, & diminuant leurs baſes de la moitié, on parvient à la connoiſſance de ce qu'on cherche à ce ſujet.

XXVII.

POur *faire un quarré parfait, égal à un triangle donné* HEI. *Fig.* 50. *pl.* XXIII. Il faut d'abord faire un rectangle HBCI. qui ſoit égal au triangle donné HEI. ainſi qu'on l'a déja fait voir.

Il faut enſuite faire un quarré parfait égal à ce parallelograme ou rectangle, ce qui ſe fait ainſi.

Trouvez

Trouvez une moyenne proportionelle entre le grand côté HI. de ce rectangle & ſon petit côté IC. & ayant trouvé que la ligne IN. eſt moyenne proportionelle entre HI. & IC.

Je dis que ſi ſur cette ligne IN. l'on conſtruit un quarré parfait INMO. *ce quarré ſera égal au triangle donné* HEI. *par le Theor. VII. de la I. part. pag.* 297.

XXVIII.

POur faire un quarré égal à un rectangle donné BCIH. *Fig.* 50. *pl.* XXIII.

Il n'y a qu'à chercher une moyenne proportionelle entre les deux côtez HI. & IC. de ce rectangle, qui ſera IN. & cette moyenne proportionelle ſera le côté du quarré INMO. que vous vouliez trouver, donc le quarré INMO. ſera égal au rectangle donné.

REMARQUE.

QUe ſi vous voulez faire un quarré parfait égal à un rhombe ou rhomboïde, trapeze ou trapezoïde, il faudroit auparavant faire des rectangles égaux à ces figures, & ſur les rectangles trouver les quarrez qui leur fuſſent égaux en la maniere cy-deſſus.

Digitized by Google

AUTRE REMARQUE.

MAis si l'on vouloit faire un quarré égal à une figure telle qu'on voudra, autre qu'un rectangle ou figure de quatre côtez.

Il faut reduire la figure donnée en un triangle qui lui soit égal, ensuite en un rectangle.

Pour lors si l'on fait un quarré sur une ligne moyenne proportionelle entre les deux côtez de ce rectangle, c'est-à-dire entre le grand & le petit côté, ce quarré sera égal à la figure donnée.

XXIX.

POur faire des rectangles égaux à des rhombes, à des rhomboïdes ABCD. *Fig.* 45. *pl.* XXII.

Il ne faut qu'abaisser des points D & A. des perpendiculaires DE. AF. sur le côté CB. interieurement, & étant prolongez, & pour lors vous aurez des rectangles DAFE. qui seront égaux aux rhombe & rhomboïde donnez ABCD.

XXX.

POur faire un rectangle égal à un trapeze donné ABCD. *Fig.* 46. *pl.* XXII.

Divisez les deux côtez obliques AD. BC. en deux également aux points E & F.

Digitized by Google

Prolongez enſuite le petit côté AB. à volonté, & ayant aux points E & F. tiré deux perpendiculaires IK. GH. *vous aurez un rectangle* IKHG. *qui ſera égal au trapeze donné, par le Theor.* XV. *de la I. part. p.* 265.

I. Remarque.

Lorſque le trapeze a un ou deux angles droits, comme ABCD. *Fig.* 47. *pl.* XXII. Il faut pareillement diviſer le côté oblique DC. en deux également au point G. & par ce point tirer la ligne EGF. parallele au côté oppoſé AB. ſi l'on prolonge enſuite le côté BC. vers F. *vous aurez un rectangle* ABFE. *qui ſera égal au trapeze donné* ABCD.

II. Remarque.

Mais ſi l'on vouloit faire un rectangle égal à un trapezoïde donné ABCF. *Fig.* 24. *pl.* XX.

Il faudroit d'abort chercher un triangle qui lui fut égal, comme FCG. ainſi qu'on l'a déja fait voir, & faire enſuite un rectangle égal à ce triangle, & l'on auroit ce qu'on ſouhaite.

III. Remarque.

Pour faire un rectangle égal à un trapeſe donné ABCD. *fig.* 48. *pl.* XXII. Il faut renfermer ledit trapeſe entre deux

Digitized by Google

paralleles AP. BO. prolongez le côté AD. vers M. enſorte que DM. égale le petit côté BC.

Diviſez le côté AD. prolongé vers M. en deux également au point K. prenez-en la moitié AK. pour le petit côté de votre rectangle, que vous porterez de M. à P. pour avoir MP. & ſur ce côté MP. abaiſſez les deux perpendiculaires MN. PO. *& vous aurez le rectangle* MNOP. *qui ſera égal au trapeſe donné, parce que les ſommes de ſes deux côtez oppoſez* MP. NO. *ſont égales aux ſommes des côtez oppoſez du trapeſe donné* AD. BC. *car ayant tiré* AC. MO.

ABC. MNO :: BC. NO.

ADC. MPO :: AD. MP.

Donc ABDC. MNOP :: BC+AD. NO+MP.

Donc ABDC.=MNOP.

Car ſi les deux quantitez de la ſeconde comparaiſon ſont égales, les deux quantitez de la premiere ſeront auſſi égales.

XXXI.

Pour faire un parallelograme égal à un cercle donné A. *Fig.* 33. *pl.* XXI.

Il faut d'abord faire le triangle rectangle ABE. égal au cercle donné, ainſi qu'on l'a déja fait voir.

Digitized by Google

Diviſez enſuite le côté BE. de ce triangle en deux également au point F. & ſur ce point, élevez la perpendiculaire FG. égale au rayon AB. joignez enfin AG. *& vous aurez le rectangle* ABFG. *qui ſera égal au cercle, par le Theor. II. de la I. part. pag.* 321.

XXXII.

POur faire un quarré parfait égal à ce cercle donné A. il faudroit faire un quarré parfait égal au rectangle ABFG. ainſi qu'on l'a déja fait voir, *& l'on auroit ce qu'on ſouhaite. Fig.* 33. *pl.* XXI.

AUTREMENT.

POur faire un quarré parfait égal à peu près, à un cercle donné K. *Fig.* 35. *pl.* XXI.

Diviſez le diametre AB. en quatorze parties égales, & au point C. qui en fait la troiſiéme partie, élevez la perpendiculaire CD.

Tirez enſuite la ligne ou hypoteneuſe DB. formez ſur icelle le quarré DBGF. *& il ſera égal à peu de choſe près au cercle donné* K. car l'on a déja dit qu'il étoit impoſſible de faire un quarré parfaitement égal à un cercle.

Digitized by Google

XXXIII.

Pour faire un cercle égal à peu près à un quarré donné BD. *Fig.* 34. *pl.* XXI.

Diviſez la diagonale du quarré BD. en dix parties égales, & au point milieu A. comme centre & diſtance AE. ou AC. contenant quatre de ces mêmes parties, décrivez un cercle FGHI. *ce cercle ſera à peu de choſe près égal au quarré donné* BD.

XXXIV.

Pour faire un cercle qui ſoit égal à un triangle donné ABC. *Fig.* 37. *pl.* XXI.

Il faut couper la baſe AB. en deux également au point D. & ſur ce point élevez la perpendiculaire indeterminée DE. menez CF. parallele à la baſe AB. & du point F. décrivez le cercle DOP.

Reduiſez enſuite ce cercle en un triangle qui lui ſoit égal, comme FGH. coupez DI. moyenne proportionelle entre DA. & DG. menez enſuite IK. parallele au côté FG.

Si du point K. *& diſtance* D. *l'on décrit un cercle* DMN. *il ſera égal au triangle donné* ABC.

Digitized by Google

DE'MONSTRATION.

COmme il a été dit dans la premiere partie, les triangles DGF. DIK. ſont ſemblables, & ſont en raiſon doublée de leur côtez ou perpendiculaires DF. DK. les cercles DOP. DMN. ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes perpendiculaires, qui ſont leurs rayons ou demi diametres.

Donc, comme le triangle DFG. eſt au triangle DIK. le cercle DOP. eſt au cercle DMN. & par échange, comme le triangle DFG. eſt au cercle DOP. le triangle DIK. eſt au cercle DMN.

Le cercle DOP. eſt double du triangle DFG. donc le cercle DMN. eſt auſſi double du triangle DKI. lequel eſt fait égal au triangle ADF.

Le triangle ABF. eſt double du triangle AFD. donc le cercle DNM. eſt égal au triangle ABF. & par conſéquent au triangle donné ABC. ces triangles ABF. ABC. étant égaux.

REMARQUE.

SI le triangle étoit autre qu'un rectangle, il faudroit reduire le triangle donné en rectangle, & ſe ſervir de l'operation précédente, & l'on trouveroit ce qu'on ſouhaite.

Digitized by Google

Ou bien il faudroit reduire le triangle donné en un quarré qui lui fût égal, & enſuite faire un cercle égal à ce quarré, & l'on auroit auſſi ce qu'on ſouhaite.

XXXV.

POur quarrer quelque portion de cercle que ce ſoit, c'eſt-à-dire pour faire un quarré égal à une portion de cercle donnée. Fig. 36. pl. XXI.

Soit la portion d'un cercle AFDO. qui eſt une lunulle à laquelle on veut faire un quarré qui lui ſoit égal, ou que l'on veut quarrer elle-même.

Cherchez le centre de l'arc de cercle AOD. qui ſera le point C. tirez du point D. la ligne DC. & du point A. la ligne AC. & vous aurez pour lors un quart de cercle ACDO.

Joignez enfin les deux points A & D. par la ligne AD. vous aurez un triangle rectangle ACD. qui ſera égal à la portion de cercle donnée ou lunulle AFDO. or ſi l'on fait enſuite un rectangle qui ſoit égal à triangle ACD. & qu'à ce rectangle vous y faſſiez un quarré qui lui ſoit égal, *ainſi qu'on l'a déja enſeigné, ce quarré ſera égal à la portion du cercle donné, ou à la lunulle* AFDO.

Car ſi vous prolongez également AC.

vers B. & que ſur AB. vous traciez le demi cercle ADB. il ſera partagé en deux également au point D. & vous aurez les deux cordes AD. DB. qui ſeront égales, puiſque le triangle ADB. eſt iſocelle & rectangle en D.

Par conſéquent, le demi cercle ADB. ſera double du demi cercle AFD. & le demi cercle ADB. double du quart de cercle ACDO. donc ACDO=ADF.

Si l'on ôte le ſegment AOD. qui leur eſt commun, il ſera vrai de dire que *la lunulle qui reſte, ou portion de cercle donnée* AFDO. *eſt égale au triangle rectangle* ACD. *& par conſéquent égale au quarré qui lui eſt égal.*

On donnera plus amplement dans l'article de la planimetrie, la maniere de quarrer un ſegment, un ſecteur, & toute autre portion de cercle, en enſeignant la maniere de trouver leur ſuperficie.

XXXVI.

POur faire un poligone regulier, comme ici un pentagone égal à un triangle rectangle donné KHI. *Fig.* 32. *pl.* XXI.

Il faudroit d'abord diviſer le côté HI. du triangle en cinq parties égales, pour avoir le petit triangle rectangle KHL. faiſant la cinquiéme partie du grand triangle.

Digitized by Google

Diviſez pour lors le côté HL. du petit triangle en deux également au point Q. prolongez ce même côté vers P. enſorte que HP. égale HQ. ſi vous tirez enſuite les lignes KP. KQ. vous aurez le petit triangle iſocelle PKQ. qui ſera égal au petit rectangle KHL.

Pour lors du point K. & diſtance KP. ou KQ. décrivez un cercle, ſur lequel portez-y cinq fois la valeur du côté PQ. *& vous formerez un pentagone regulier qui ſera égal au triangle donné* KHI. *par le Theor.* XV. *de la I. part. pag.* 265.

XXXVII.

Pour faire un triangle d'une hauteur donnée CB. *qui ſoit égal en ſurface à un multilatere donné irregulier* ADEFGHKN. *Fig.* 38. *pl.* XXII.

Il faut diviſer ce multilatere en ſes triangles, comme icy en ſix, & en détacher le premier, comme NKH. & ſur ſa baſe KH. prolongée à volonté, faites-y un triangle qui ait pour hauteur la hauteur donnée BC. & qui ſoit égal au triangle NKH.

Faites encore un triangle de la hauteur CB. & égal au ſecond triangle NAH. & ainſi des quatre ſuivants.

Pour lors, comme tous ces triangles ſe-

ront de la même hauteur CB. il n'y aura qu'à joindre toutes leurs baſes pour en faire la baſe d'un ſeul de même hauteur que chacun d'eux, & égal a eux tous enſemble, *& ce triangle total ſera égal au multilatere irregulier donné, par le même Theor.*

REMARQUE.

ON voit par cet admirable principe, qu'on peut changer, transformer & reduire toutes ſortes de figures regulieres ou irregulieres, en d'autres figures qui leurs ſoient égales en ſuperficie, ſans leur être ſemblables, en reduiſant la figure donnée en un triangle qui lui ſoit égal, enſuite en un rectangle, de plus en un quarré, enfin en un cercle, & comme on peut le ſouhaiter.

Ces pratiques peuvent être d'un grand uſage dans les échanges, car on peut tranſporter d'abort ſur le papier des figures ſemblables, & proportionellement égales à celles qu'on a meſurées ſur le terrain, & enſuite retracer ou conſtruire ſur le terrain des figures ſemblables & proportionellement égales à celles qu'on a figurées ſur le papier.

XXXVIII.

POur changer un multilatere en un autre multilatere d'un moindre nombre de côtez, & qui ſoit cependant égal au multilatere donné, comme icy à l'exagone FDCBHG. *Fig.* 39. *pl.* XXII.

Tirez la ligne BG. & ſa parallele HK. ſur le côté FG. prolongé, tirez enſuite BK.

De même auſſi tirez de l'autre côté la ligne CF. & ſa parallele DN. ſur le même côté FG. prolongé, & ayant enfin tiré la ligne CF. *l'on aura un quadrilatere* CDKN. *qui ſera égal à l'exagone regulier ou irregulier donné* CDHGFD. *par le même Theor.*

Car BKG = BHG. donc ſi on retranche de ces deux triangles le petit triangle BHO. ce qu'on y ajoute GOK. lui ſera égal.

De même auſſi CFN = FDC. par la même raiſon donc ce qu'on retranche de ces deux triangles ſera auſſi égal à ce qu'on y ajoute, & par conſéquent le quadrilatere CBKN. ſera égal au multilatere donné d'un plus grand nombre de côtez.

De la Division des Figures.

XXXIX.

Pour diviſer un triangle en trois parties égales par des lignes tirées de ſes trois angles A. B. & C. *Fig.* 51. *pl.* XXIII.

Prenez AD. le tiers de la baſe AB. & du ſommet C. tirez CD. pour lors CAD. ſera le tiers du triangle ABC.

Tirez enſuite DF. parallele au côté AC. & partagez cette ligne par le milieu au

point O. ſi l'on tire les lignes AO. CO. les deux triangles AOC. ACD. ſeront égaux, car ils ont même baſe & même hauteur, & parce que ODC=ODA.

Ainſi en ôtant OXD. commun, reſtera XAD=XOC. ce qu'on retranche de ACD. ſçavoir XAD. eſt égal à ce qu'on ajoute, ſçavoir XOC.

On a donc déja dans AOC. un tiers de ABC.

FOB=DOB. & ODA=FOC. par la même raiſon.

Donc COB=AOB.

Les deux tiers qui reſtoient auprès le tiers CAO ſont donc diviſez en deux parties égales, *donc le triangle donné* ABC. *ſe trouvera partagé en trois parties égales par des lignes tirées de ſes trois angles.*

REMARQUE.

MAis ſi on vouloit diviſer un triangle ACB. *en trois parties égales, qui aboutiſſent toutes les trois ſur un point donné* D. *d'un des côtez de ce triangle. Fig.* 52. *pl.* XXIII.

Il faudroit partager le côté AB. de ce triangle en trois parties égales AE.EF.FB.

Du ſommet C. tirez la ligne CF. pour lors CFB. ſera le tiers de ABC.

Mais pour faire ſur la baſe BD. un triangle égal au triangle CFB. tirez la ligne

CD. & ſa parallele FH. & ayant enſuite tiré DH. l'on aura le triangle BDH. qui ſera égal au triangle FCB. donc il ſera auſſi le tiers du triangle donné ABC.

Cela étant fait, tirez EG. parallele à DC. & joignez DG. & vous aurez pour lors le triangle ADG. égal au précédent BDH. donc le quadrilatere qui reſtera GDHC. ſera égal à chacun de ces deux triangles, *donc auſſi il faudra conclure que le triangle* ABC. *ſera diviſé en trois parties égales au point donné* D. *c'eſt-à-dire en deux triangles* BDH. DAG. *& en un quadrilatere* DGCH.

Mais pour prouver que HDGC. eſt égal à un tiers du triangle donné, comme à BDH.

Remarquez que HOFB. eſt commun aux deux triangles BDH & CFB. qui ſont égaux & chacun le tiers du triangle donné; or, il reſte à prouver que COH. retranché eſt égal à DOF. ajouté, ce qui eſt facile à voir.

Car ſur la baſe DC. entre les paralleles DC. FH. les triangles FCD. DHC. ſont égaux.

Oſtez la partie commune HOF. il reſtera DOF=COH. on prouvera de même que DAG=ECA. reſtera donc HDGC. pour le troiſiéme tiers du triangle donné ABC.

Digitized by Google

XL.

POur diviſer un triangle en trois parties égales par des lignes paralleles à l'un de ſes côtez donnez, comme BC. *Fig.* 53. *pl. XXIII.*

Connoiſſant l'un des autres côtez, comme BA. de 155. toiſes, multipliez cette longueur par elle-même, & elle vous donnera un quarré, dont la ſuperficie ſera de 24025 toiſes.

Prenez le tiers de ce nombre quarré, (à cauſe qu'il faut diviſer le triangle en trois parties égales) & le tiers ſera 8008 toiſes $\frac{1}{3}$ *dont il faut prendre la racine quarrée qui ſera* 89 *toiſes* 2 *pieds* 11 *pouc.* $\frac{345}{1073}$ & ſur le côté BA. que l'on a meſuré, prenez AF. égale à cette racine quarrée, & menez FG. parallele au côté donné BC. pour lors le triangle AFG. ſera le tiers du triangle BAC.

Pareillement ayant pris les deux tiers du nombre quarré 24025 qui ſont 16016 toiſes $\frac{2}{3}$ *tirez-en la racine quarrée qui ſera de* 126 *toiſes* 3 *pieds* 4 *pouces* $\frac{252}{15297}$ portez la longueur de cette racine ſur le côté AB. elle vous donnera la valeur AD. enſorte que ſi du point D. on tire DE. parallele à BC. vous aurez le trapeze DFGE. qui ſera égal au petit triangle AFG. & par

conſéquent au tiers du triangle donné.

De même auſſi le trapeſe BDEC. qui reſtera, ſera une troiſiéme partie du triangle, égale aux deux précédentes, *& pour lors on a le triangle* ABC. *diviſé en trois parties égales par des lignes paralleles à un de ſes côtez.*

REMARQUE.

SI l'on vouloit diviſer ce triangle en un plus grand nombre de parties, comme en quatre, cinq, &c. il faudroit prendre les mêmes parties du quarré du côté AB. que l'on a meſuré, & en tirer les racines quarrées pour les tranſporter ſur le même côté, comme dans le précédent.

Par exemple, ſi l'on vouloit diviſer le triangle donné en cinq parties, il faudroit prendre d'abord la cinquiéme partie du quarré AB. & en extraire ou tirer la racine quarrée, enſuite les deux cinquiémes, & en tirer la racine, & enfin les quatre cinquiémes pour en avoir auſſi la racine.

Appliquez enſuite toutes ces racines ſur AB. depuis le point A. leſquelles donneront différents points, comme F. D. &c. par leſquels points, ſi l'on tire des lignes paralleles au côté BC. *elles diviſeront ce triangle en cinq parties égales paralleles à ce même côté, & ainſi de tous autres exemples.*

Digitized by Google

AUTREMENT.

POur diviſer un triangle donné ABC. *en trois parties égales par des lignes paralleles à l'un de ſes côtez* AC. *Fig.* 54. *pl. XXIII.*

Diviſez AB. en trois parties égales aux points E & D. & les lignes CE. CD. diviſeront le triangle donné en trois triangles égaux.

Décrivez ſur AB. le demi cercle AGB. & ayant élevé les perpendiculaires GD. HE. du point B. décrivez les arcs GR. & HP. pour lors ſi de ces deux points P & R. on tire les lignes PF. RV. paralleles au côté AB. *l'on aura diviſé le triangle donné* ABC. *en trois parties égales par des lignes paralleles à un de ſes côtez.*

XLI.

POur retrancher d'un triangle donné ABC. *une portion triangulaire égale à un autre triangle donné* FDE. *Fig.* 55. *pl.* XXIII.

Sur le plus grand angle D. du petit triangle donné, retranchez-en la valeur FDG. égale à la valeur de l'angle B. du grand triangle, & prolongez à volonté DG. vers H.

Du ſommet E. tirez EH. parallele à la baſe DF. coupant la ligne DG. prolongée au point H. & ayant tiré enſuite FH. l'on

Digitized by Google

aura le triangle HFD. qui ſera égal au petit triangle FDE.

Sur le côté BA. prenez BK=DH. & ſur le côté BC. prenez BM = DF. tirez KM. *& vous aurez pour lors le triangle* BMK = HFD. *& par conſéquent à* DEF.

REMARQUE.

Mais ſi on vouloit retrancher du triangle donné ABC. *une portion triangulaire, égale à un triangle donné* EDF. *par une ligne parallele au côté* AC. *Fig. 56. pl.* XXIII.

On n'auroit qu'à retrancher BKM = à EFD. ainſi qu'on l'a déja fait voir.

Et faire BDA=BKM. faites auſſi BH. moyenne proportionelle entre BC & BD. & tirez HP. parallele au côté CA. *& vous aurez* BPH. *égal à* FDE. *& parallele au côté* AC.

Car à cauſe de la parallele PH. les triangles ABC. PBH. ſont équiangles, donc ABC. BHP : : BC. BD.

Or, ABC. BAD. : : BC. BD.

Donc, BHP.=BAD.=BKM.=FDE.

Le triangle qu'on retranche égal au triangle donné, eſt équiangle à celui dont on le retranche.

XLII.

Pour diviſer une figure quadrilatere ABCD. *en deux parties égales par une ligne tirée*

Digitized by Google

d'un angle donné D. *Fig.* 57. *pl.* XXIII.

Tirez les diagonales AC. DB. & diviſez la diagonale AC. oppoſée à l'angle D. en deux également au point O. tirez les lignes OB. OD. & vous aurez déja DAO = DOC. & AOB = COB.

Donc le quadrilatere DOBC = ABOD. tirez OF. parallele à DB. tirez auſſi FD. & l'on aura OFB = OFD.

Oſtez OEN. qui eſt commun, reſtera DON = BNF. ajoutez enſuite DON à ADOB. & en retranchez BNF. *& vous aurez* ADF. *pour une moitié du quadrilatere, &* DCBF. *pour l'autre.*

XLIII.

Pour diviſer un quadrilatere irregulier donné ABCD. *en deux parties égales par une ligne droite parallele à l'un de ſes côtez* BD. *Fig.* 58. *pl.* XXIII.

Continuez les côtez AB. CD. juſques à leur rencontre en E. ſur EB. formez un demi cercle EHB. & ayant reduit le quadrilatere propoſé en triangle BDF. coupez ſa baſe BF. en deux également au point G. ſur lequel point élevez la perpendiculaire GH. coupant le demi cercle au point H.

Coupez EI. moyenne proportionelle entre EG. & EB. en formant du point E. l'arc de cercle HI.

Digitized by Google

Si ſur ce point I. l'on y éleve la perpendiculaire IL. parallele à BD. ou à GH. *elle diviſera le quadrilatere donné en deux également par une ligne parallele à un de ſes côtez* BD.

Si l'on vouloit que le quadrilatere AB CD. fût diviſé en deux également par une ligne parallele à ſon côté BC. *Fig. 59. pl.* XXIII.

Il faudroit réduire le quadrilatere en un triangle ADF. diviſer AF. en deux également au point G & mener DG.

Prolongez enſuite AB. DC. vers leur ſection E. & ſur la ligne ED. formez un demi cercle EHD. & menez GI. parallele à BC. ſur le point I. élevez la perpendiculaire IH.

Si du point E. l'on forme l'arc de cercle HL. & que du point L. l'on tire la ligne LM. parallele au côté donné BC. cette ligne diviſera le quadrilatere en deux parties égales par une ligne parallele à un de ſes côtez BC.

XLIV.

Pour retrancher d'un quadrilatere une portion égale à une figure donnée ADK. *par un point donné* O. *aboutiſſant à l'un des côtez du quadrilatere ou trapezoïde donné* ABCD. *Fig. 60. pl.* XXIV.

Il faut chercher ſur le côté AB. une baſe ſur laquelle vous puiſſiez élever un triangle de la hauteur OV. qui ſoit égal au triangle donné ADK. du point O. tirez OK. & du point D. ſa parallele DV. ſi l'on tire enſuite VO. l'on aura une portion ADOV. qui ſera égale au triangle donné ADK. laquelle portion aboutira au point donné O.

Car l'on a alors ADK=ADV+VDK.

On a auſſi VDK = VOK.

Donc ADV + VOK=ADV=VDK=ADK.

Et par conſéquent ADOV=ADK.

REMARQUE.

SI la figure donnée étoit un quarré ou un rectangle, & qu'on voulut retrancher du quadrilatere une portion qui lui fut égale par un point donné O. il faudroit reduire auparavant le quarré ou rectangle en un triangle, & operer enſuite comme l'on vient de le faire voir.

XLV.

POur faire un quarré D. *égal à trois quarrez donnez* A. B. *&* C. *fig. 66. pl.* XXIV.

Faites d'un des côtez FG. du quarré B. & d'un des côtez EF. du quarré A. un triangle rectangle EFG. il s'enſuivra de cette operation que le quarré fait ſur cette hypotenuſe EG. ſera égal aux deux quarrez A & B.

Digitized by Google

Mais comme il manque encore le quarré C. à joindre au quarré de cette hypotenuſe, il faut faire de la ligne ou hypotenuſe FG. & d'un des côtez GI. du triangle C. un ſecond triangle rectangle FGI.

Je dis pour lors que *ſi l'on fait ſur ſon hypotenuſe* FI. *le quarré* D. *il ſera égal aux trois quarrez donnez* A. B. *&* C. *par le Theor* XVI. *de la I. part. pag* 268.

XLVI.

Pour faire un quarré qui ſoit telle partie qu'on voudra d'un quarré donné A. *comme icy un quarré qui n'en ſoit que la ſeptiéme partie. Fig.* 65. *pl.* XXIV.

Diviſez le côté du quarré donné FD. en ſept parties égales, dont BD. en eſt une, & tracez ſur la ligne ou côté FD. un demi cercle FKD.

Elevez au point B. la perpendiculaire BC. & tirez la ligne CD. pour lors le quarré de DC. eſt égal au rectangle de FB. par BD.

Dans le quarré A. ou de FD. il y a ſept rectangles pareils à celui qui eſt compris ſous DF & BD. car il y a ſept baſes égales à BD. & ſur chacune d'elles on bâtit un rectangle, dont la hauteur eſt FD. le côté du quarré donné A.

Donc le quarré CD. *qui eſt égal à un de ces*

Digitized by Google

ſept rectangles, ſera la ſeptiéme partie du quarré donné A.

XLVII.

Pour diviſer un trapeſe donné AIML. *en trois parties égales par des lignes paralleles à un de ſes côtez* AL. *Fig. 49. pl.* XXII.

Reduiſez ce trapeſe en un rhomboïde AGNL. qui lui ſoit égal, & ayant diviſé ce rhomboïde en trois parties égales par les lignes XZ. VY. NG. pour lors le trapeſe donné ſe trouvera également partagé en trois parties égales par les lignes XZ. VY. paralleles à ſon côté AL.

XLVIII.

Pour diviſer un multilatere irrégulier en tant de parties égales qu'on voudra qui aboutiſſent en un point donné D. *dans la figure donné* ABCDEF. *qu'on veut diviſer en cinq parties. Fig. 61. pl. XXIV.*

1°. Il faut d'abord toiſer le multilatere, & ayant trouvé qu'il contient 2000 toiſes de ſuperficie; pour le diviſer en cinq parties égales, abaiſſez ſur un de ſes côtez AB. la perpendiculaire DG. qu'il faudra meſurer pour en connoître la valeur qui eſt ici de 20 toiſes.

2°. Prenez FH de 40 toiſes, & vous aurez le triangle HDF de 400 toiſes; car $20 \times 20 = 400$.

Digitized by Google

Si AH eſt de 10 toiſes ADH ſera de 100 toiſes.

3°. Suppoſez la perpendiculaire DK. de 10 toiſes, & le côté AB. de 60, le triangle ADB. ſera de 300, ajoûtez-y DAH, & pour lors DHAB ſera de 400 toiſes.

4°. Tirez DM, perpendiculaire ſur le côté FE, ſi DM. eſt de 32 toiſes, & FE de 25, FDE ſera de 400.

5°. Tirez enfin la perpendiculaire EN, ſi elle eſt de 20 toiſes, & le côté DC. de 40 DEC. ſera de 400.

Il reſtera donc 400 pour le triangle BDC, & pour lors le multilatere donné ſera diviſé en 5 parties égales, aboutiſſant toutes au point donné D. dans cette figure.

PROBLEME GENERAL

Pour transformer un multilatere en un autre ſemblable & égal à un autre multilatere donné.

1°. Il faut diviſer chacun de ces multilateres en triangles, & amener à une même hauteur tous les triangles du premier, pour n'en faire qu'un ſeul égal à tous.

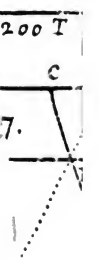
2°. Faites enſuite un rectangle égal à ce triangle total.

3°. Sur une baze égale à un côté du multi-

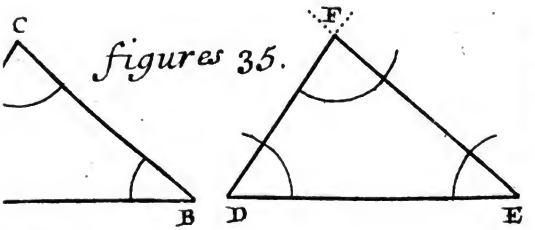
Digitized by Google

C

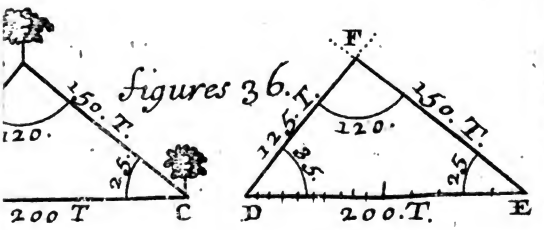
150.
120.


200 T
C
7.

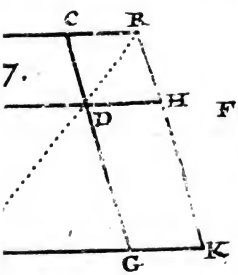
D
4c



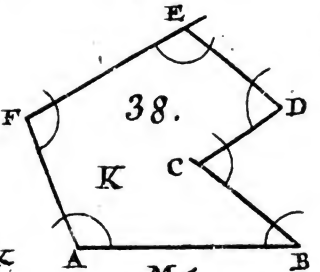
figures 35.

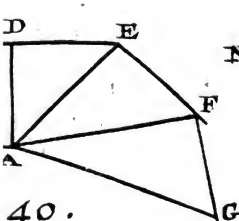


figures 36.

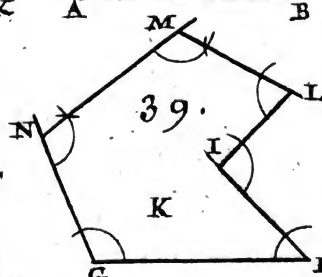


7.



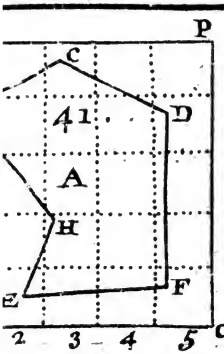


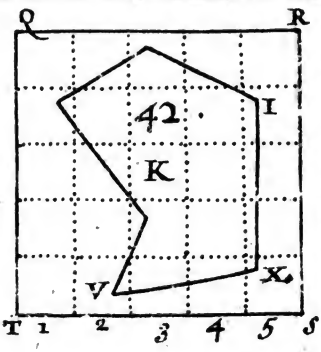
40.

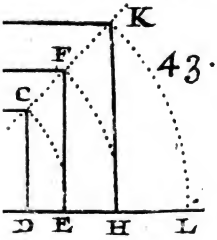


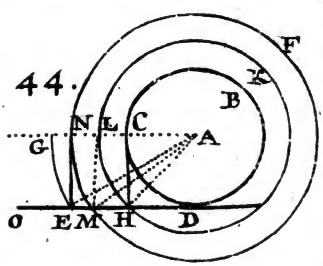
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

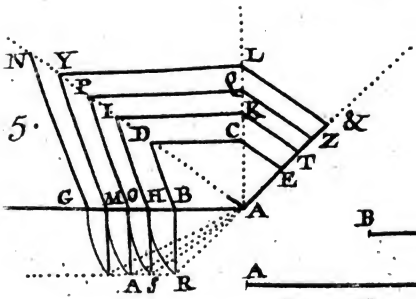
Digitized by Google

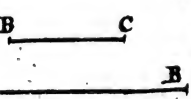


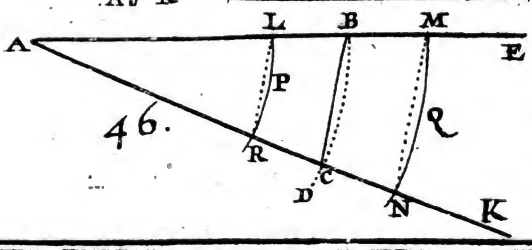






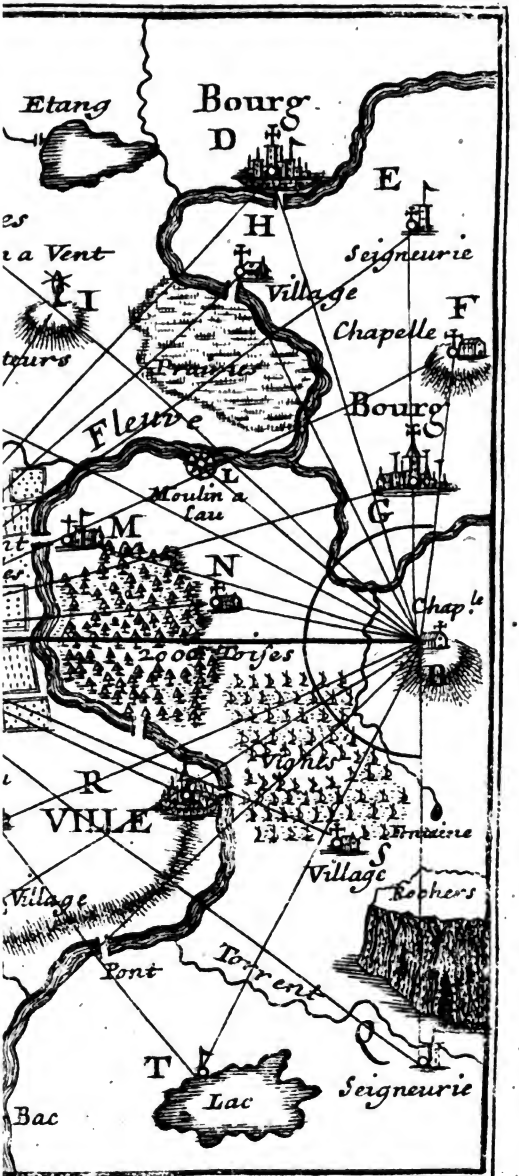






Digitized by Google

Digitized by Google


Etang
Bourg
D
E
H
Seigneurie
Village
I
F
Chapelle
Prairies
Bourg
Fleuve
L
Moulin a eau
G
M
N
Chap.le
2000 Toises
Vignes
R
VILLE
Fontaine
S
Village
Rochers
Village
Pont
Torrent
T
Lac
Seigneurie
Bac

2.P.

NAPOLI

Digitized by Google

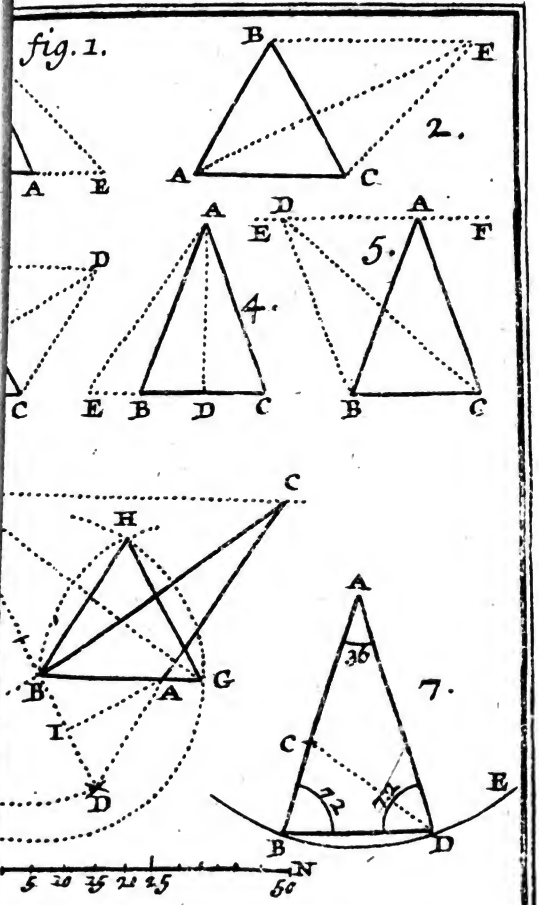
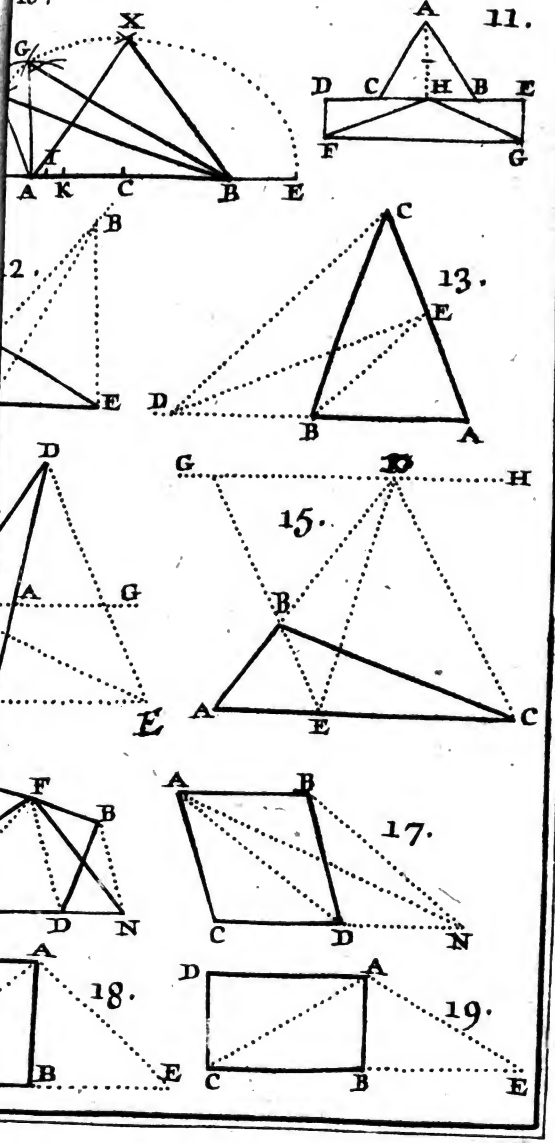
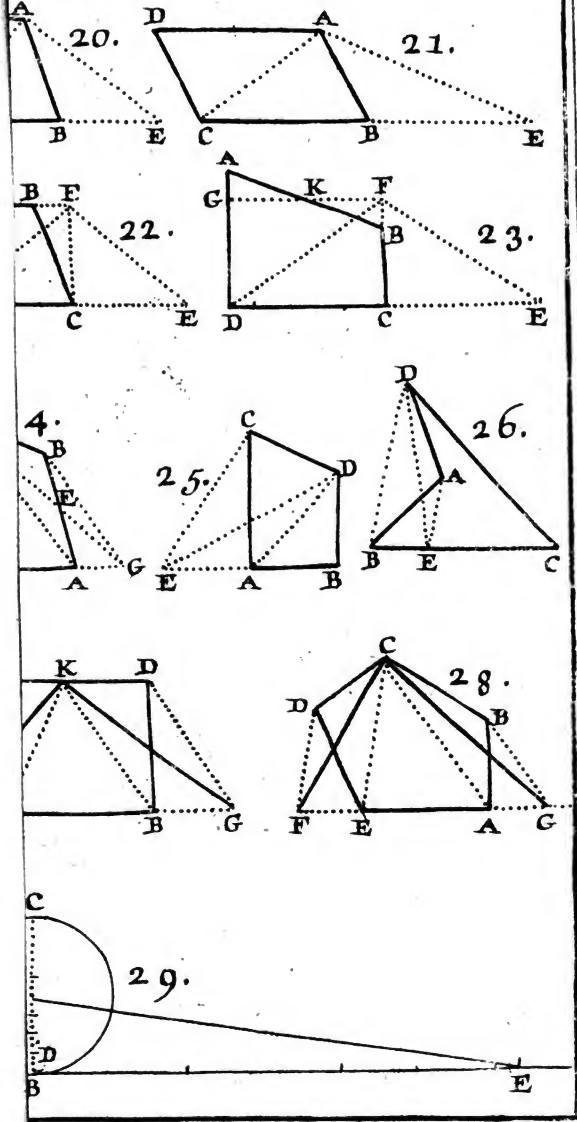


fig. 1.
A
E
B
F
A
C
2.
D
C
A
E
B
D
C
4.
D
E
A
F
5.
B
C
C
H
B
A
G
I
D
A
36
7.
C
72
H
E
B
D
5
20
15
21
25
60
N
8.
37
12
B
F
9.
29
29
21
20
D
E
20
H
20

Digitized by Google


10.
X
G
I
A K C B E
11.
A
D C H B E
F G
12.
B
E
13.
C
E
D
B A
D
A G
E
G H
15.
B
A E C
F
B
D N
A B
17.
C D N
A
18.
B E
D A
19.
C B E

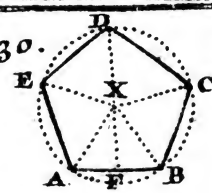
Digitized by Google



Digitized by Google

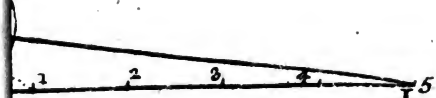
Digitized by Google

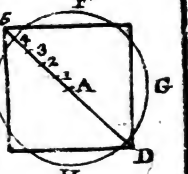
30.



31.

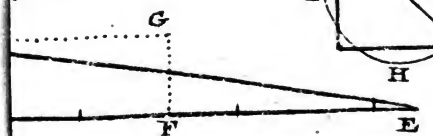
32.

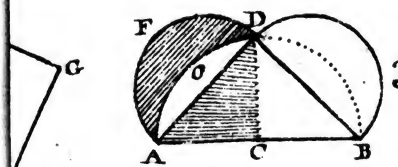




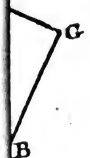
34.

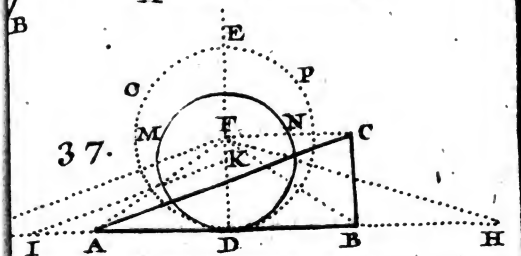
33.





36.

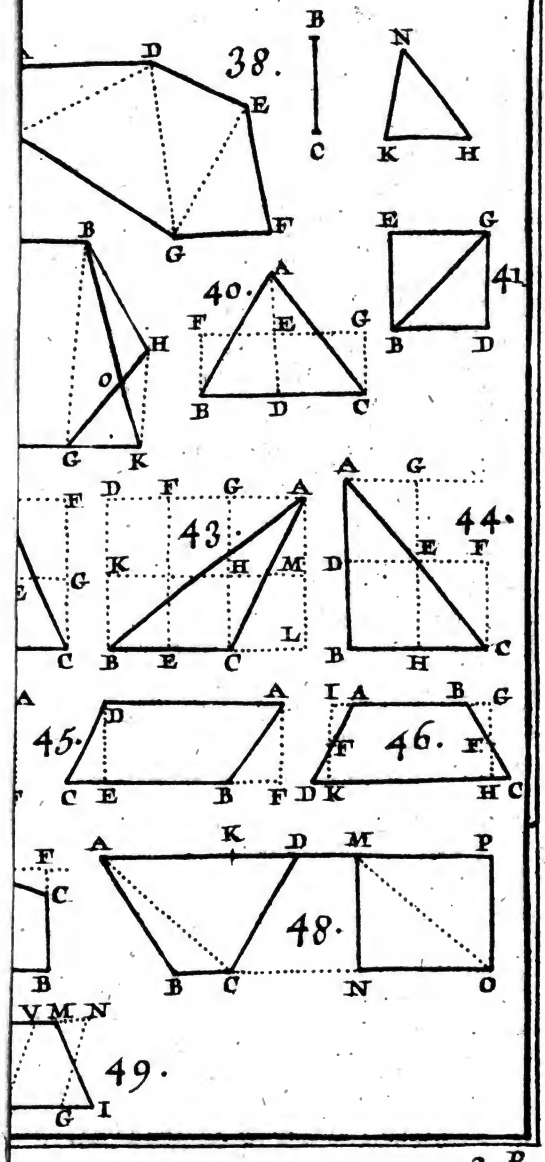




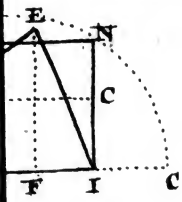
37.

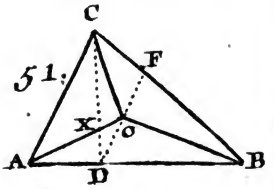
Digitized by Google

Digitized by Google

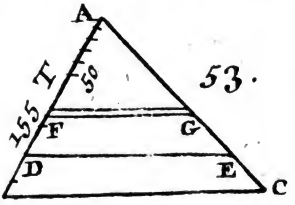

38.
B
C
N
K
H
D
E
F
G
40.
A
F
E
G
B
D
C
41.
E
G
B
D
H
O
G
K
43.
D
F
G
A
K
H
M
L
B
E
C
44.
A
G
D
E
F
B
H
C
45.
A
D
C
E
B
F
46.
I
A
B
G
F
E
D
K
H
C
48.
K
D
M
P
A
B
C
N
O
49.
V
M
N
G
I

Digitized by Google

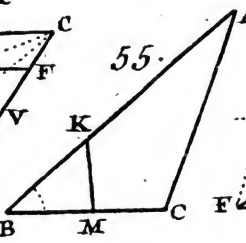

E
N
C
F
I
C

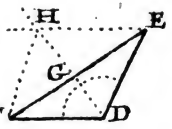

51.
C
F
X
O
A
D
B

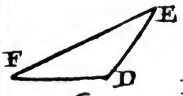
52.
G
C

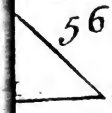

A
T
50
155
53.
F
G
D
E
B
C

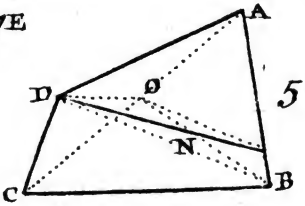
C
F
V
B

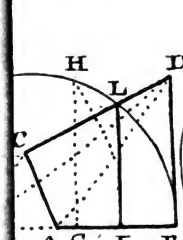

55.
A
K
B
M
C

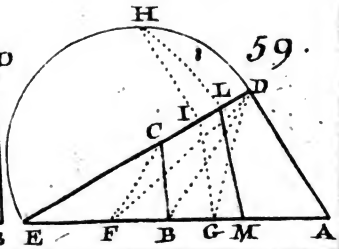

H
E
G
F
D


E
F
D

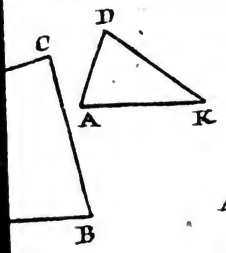

56.
C

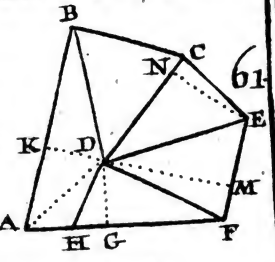

A
D
O
57.
N
C
B

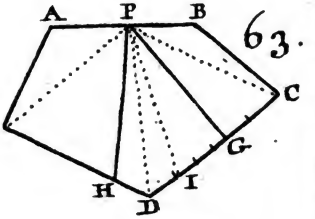

H
D
L
C
A
G
I
B

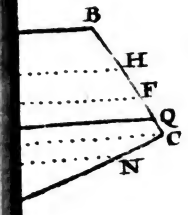

H
59.
L
D
I
C
E
F
B
G
M
A

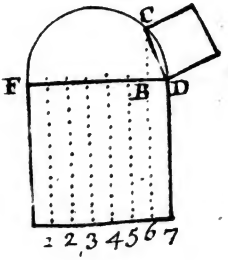
Digitized by Google

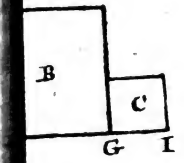




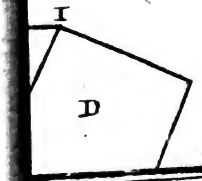








66.



Digitized by Google

Digitized by Google

latere, faites un ſecond rectangle égal à ce premier.

4°. Suivant la même méthode, faites un troiſiéme rectangle de même hauteur que le ſecond, & égal au ſecond multilatere.

Ces deux rectangles ſont bien entr'eux comme leurs baſes, mais afin que les deux multilateres, dont un eſt donné, & l'autre reſte à faire, ſoient entr'eux, comme ces deux rectangles, & par conſéquent comme les baſes de ces rectangles.

Cherchez entre les deux baſes une moyenne proportionelle, pour lors le multilatere qu'on bâtira ſur cette moyenne proportionelle, ſemblable au premier, ſera à ce premier, comme la ſeconde baſe eſt à la premiere, & par conſéquent comme le ſecond rectangle eſt au premier, ce qu'on vouloit ſçavoir.

XLIX.

Pour diviſer une figure rectiligne multilatere en pluſieurs parties égales qui aboutiſſent toutes en un point donné A. *de cette figure, comme icy le multilatere irregulier* ABCDE. *qu'on veut diviſer en trois parties égales par le point* A. *Fig.* 62. *pl.* XXIV.

Il faut d'abord connoître la ſuperficie totale de la figure rectiligne donnée, & mener de l'angle ou point A. une ligne droite à l'un des autres angles, comme en

C. enſorte que cette ligne AC. faſſe le triangle ABC. avec deux des côtez de la figure.

Enſuite ayant meſuré la ſuperficie de ce triangle ABC. on la trouvera égale ou plus grande, ou plus petite que le tiers de la figure totale.

Si elle eſt égale, on aura déja une des diviſions faite par la ligne AC.

Si elle eſt plus grande comme dans cet exemple, on en retranchera un triangle ACP. qui ſera égal à la différence du tiers de toute la figure & du triangle ABC. ainſi en retranchant le petit triangle APC. ce qui reſtera ABP. ſera le tiers de la figure rectiligne donnée.

Enfin, ſi la ſuperficie de ce triangle ABC. étoit plus petite que le tiers de la figure totale, il en faudroit trouver la différence pour la retrancher d'un ſecond triangle ACD. par un triangle formé par la ligne AC. & par une autre ligne menée du point A. avec une partie du côté CD. en ſorte que ce triangle retranché puiſſe être joint au triangle ABC. pour ne faire avec ce triangle que le tiers de la figure totale.

On diviſera par la même méthode le reſte de la figure en deux parties égales par la ligne droite AG. qui retranchera du triangle ADC. le triangle ACG. qui étant

joint au triangle APC. fera le tiers de toute la figure, ainſi ce qui reſtera AGDE. en ſera par conſéquent le tiers, *donc la figure de cinq côtez ſera diviſée en trois parties égales par un de ſes points ou angle donné* A.

REMARQUE.

SI on vouloit diviſer cette figure donnée en trois parties égales par un point pris ſur un de ſes côtez, comme au point P. on ſe ſerviroit de la même méthode. La repreſentation de la ſeule figure 63. pl. XXIV. peut ſervir à en montrer la pratique.

L.

LOrſqu'on veut diviſer une figure irreguliere en pluſieurs parties égales, paralleles à un des côtez donnez de cette figure, comme icy où l'on veut diviſer la figure de cinq côtez ABCDE. en trois parties égales paralleles à un des côtez AB. de cette figure. Voicy comment on peut en venir à bout. *Fig.* 64. *pl.* XXIV.

Menez par un des angles E. de cette figure la ligne EF. parallele au côté AB. & meſurez la ſuperficie du quadrilatere AEFB. qui ſera par exemple de 235 toiſes, & celle de toute la figure ſera ſuppoſée être de 504. toiſes, dont le tiers ſera de 168 toiſes.

Digitized by Google

D'où l'on peut voir que le quadrilatere AEFB. eſt plus grand que le tiers de toute la figure de 67 toiſes, & par conſéquent que la ligne comme GH. qui doit retrancher un quadrilatere AGHB. égal au tiers de la figure propoſée, doit être plus proche de AB. que n'eſt EF.

Ainſi pour trouver ſur le côté AE. le point G. par lequel on doit mener GH, parallele à AB, il faut premierement meſurer les grandeurs de AB. de 27 toiſes, & de BF. qui ſe trouvera de 45 toiſes.

Enſuite du point A. ayant mené la perpendiculaire AI. ſur la ligne AB. ou EF. & en connoiſſant ſa valeur qui peut être de 21 toiſes.

Diviſez le tiers de la figure totale qui eſt 168 toiſes par cette perpendiculaire AI. de 21 toiſes,& vous aurez un quotien 8 toiſes.

Cela étant fait, prenez le quarré de AB, qui ſera de 729 toiſes, auquel quarré ajoutez deux fois le produit qui ſe fera par le quotien 8 toiſes, & par la différence entre AB. & EF. laquelle eſt 18 toiſes. Ce produit ſera donc 144, & le double 288, & la ſomme que l'on cherche ſera donc de 1017 toiſes, de laquelle ſomme on doit tirer la racine quarrée que l'on trouvera de 31 toiſes 5 pieds 4 pouces.

Ainſi ayant meſuré ſur EF. la longueur

FK. égale à 31 toiſes 5 pieds 5 pouces, ſi par le point K. on mêne KG. parallele au côté BC. & rencontrant le côté AE. au point G. ſi de ce point on tire GH. parallele à AB. *on aura pour lors le quadrilatere* AGHB. *égal au tiers de la figure totale donnée.*

Mais pour achever la diviſion de cette figure, ayant mené de l'angle C. la ligne CM. parallele au côté AB. & ayant meſuré la ſuperficie du triangle CMD. ſi elle ſe trouve plus grande que le tiers de la figure totale, il en faudra retrancher un autre triangle, comme DNO. égal à ce tiers, ainſi qu'on l'a déja fait voir.

Que ſi ce triangle CMD. étoit plus petit que le tiers de la figure totale, il faudroit chercher une ligne PQ. parallele à CM. qui retranchât un trapeſe CMPQ. qui fut égale à la différence qu'il y a entre le tiers de la figure totale & le triangle CMD. & l'on auroit pour lors un trapezoïde PQCD. qui ſeroit égal au tiers de la figure totale, *par conſéquent la figure totale ſeroit diviſée en trois parties égales paralleles au côté donné* AB. *qui ſont les trapeze* AGHB. *le pentagone irregulier* GHQPE. *& le trapezoïde* PQCD

Cette pratique peut conduire aux autres, c'eſt pourquoy on n'en donnera pas icy d'autres exemples.

ARTICLE II.

De la Trigonometrie.

LA Trigonometrie eſt une partie de la Geometrie qui enſeigne la maniere de trouver la valeur de quelques côtez ou de quelques angles inconnus dans un triangle.

Elle eſt théorique ou pratique. La Trigonometrie théorique a été ſuffiſamment démontrée dans la *I. Part. de cette Introduction.* Il s'agit ſeulement icy de faire voir en quoi conſiſte la Trigonometrie pratique.

DIVISION.

ON diviſe communément la Trigonometrie pratique en trois differentes parties, que l'on va traiter dans les trois ſections ſuivantes.

La premiere, montrera la maniere de trouver quelques côtez ou quelques angles inconnus d'un triangle, *par le moyen des*

Digitized by Google

tables de ſinus tangentes, & ſecantes.

La ſeconde, enſeignera à connoître & à meſurer par des operations pratiques toute ſorte de longueurs ou largeurs acceſſibles ou innacceſſibles, orizontales, par le moïen des triangles ſemblables & proportionels, ce qu'on appelle ordinairement *longimetrie.*

Et la troiſiéme, enſeignera par les mêmes principes à connoître & à meſurer toute ſorte de hauteurs perpendiculaires ou diagonales ſur l'oriſon, tant acceſſibles qu'innacceſſibles, ce qu'on appelle communément *altimetrie.*

SECTION PREMIERE.

De la connoiſſance des triangles par le moyen des tables de ſinus, tangentes & ſecantes.

COMME l'on a diviſé le rayon du cercle en 60 parties égales, & chaque partie en 60 autres parties égales plus petites, qu'on a appellé minutes, on a dreſſé des tables qu'on nomme *tables de ſinus*, qui

qui montrent le nombre de ſemblables parties que contiennent les ſinus de tous les degrez d'un quart de cercle.

Mais ce nombre de 60 parties, ou de 3600 parties ſeulement, n'étant ni commode pour la pratique, ni aſſez grand pour avoir ſans une erreur ſenſible la quantité de ſinus qu'on ne ſçauroit avoir au juſte à cauſe des fractions qui ſe rencontrent dans cette ſupputation, l'on a encore diviſé le rayon du cercle en 100000 parties, & même en 1000000 de parties, & dans cette diviſion l'on a ſupputé la quantité non ſeulement de ſinus, mais encore des tangentes & des ſecantes, des degrez & des minutes du quart de cercle, *dont on a dreſſé des tables qu'on appelle des ſinus tangentes & ſecantes.*

On trouve dans M. Ozanam ces tables dans une grande exactitude, auſquelles le Lecteur pourra avoir recours dans le beſoin. Il nous ſuffit icy de donner la maniere de s'en ſervir par quelques exemples ſenſibles.

DE'FINITIONS.

ON entend *par ſinus d'un arc la moitié de la corde du double de l'arc*, ainſi la ligne BE. eſt *ſinus* de l'arc BC. ou de l'an-

gle CAB. dont cet arc eſt la meſure ; car la ligne BE. eſt la moitié de la corde BM. qui eſt corde du double de l'arc BC. c'eſt-à-dire de l'arc BCM. *Fig. I. pl.* XXV.

Ce ſinus BE. *eſt appellé ſinus droit*, parce que partant de l'extrêmité B. de l'arc BC. il tombe perpendiculairement ſur le demi diametre ou rayon AC.

Or, comme la ligne BE. *eſt ſinus de l'arc* BC. *ainſi* BK. *ſera le ſinus droit de l'arc* BF. *qui eſt le complement de l'arc* CB. *parce qu'il eſt la moitié de la corde* BI.

La portion EC. *du demi diametre* AC. compriſe entre le ſinus droit BE. & la circonférence ou arc de cercle BC. *s'appelle ſinus verſe.*

Ainſi comme EC. eſt *ſinus verſe*, du ſinus droit BE. de même FK. ſera le *ſinus verſe* de l'autre ſinus droit BK.

De plus, *le ſinus droit* BK. *eſt appellé le ſinus du complement du ſinus droit* BE. parce qu'il eſt ſinus d'un arc BF. qui acheve ce qui manque pour achever le demi cercle.

Il y a deux ſinus verſe, le grand & le petit ; le petit ſinus verſe eſt la portion du diametre compriſe entre le ſinus droit BE. & la circonférence du cercle, comme BC.

Le grand ſinus verſe, ou ſinus verſe du complement, eſt le reſte du diametre, depuis le point où tombe le ſinus droit, juſques à

la circonférence la plus éloignée, comme EG.

Tangente d'un arc, ou d'un angle, dont cet arc eſt la meſure, eſt la ligne qui partant d'un point hors du cercle, tombe perpendiculairement ſur l'extrêmité C. du rayon du cercle, ou de ſon demi diametre, *ainſi la ligne* LC. *eſt une ligne tangente de l'arc* BC. *ou de l'angle* LAC. *dont cet arc eſt la meſure.*

Secante d'un arc, ou d'une portion de cercle, eſt la ligne qui partant du centre du cercle A. coupe le cercle, & va aboutir à l'extrêmité L. de la tangente CL. *ainſi la ligne* ABL. *eſt ſecante de l'arc* BC. *ou de l'angle* LAC. *dont cet arc eſt la meſure.*

L'on dira donc après ces définitions, *que le ſinus total d'un angle droit n'eſt autre que le rayon d'un cercle, ou ſon demi diametre* AF. *que l'on ſuppoſe être diviſé en* 100000 *parties, ou en* 1000000, ainſi le ſinus total étant connu, on peut aiſément connoître les autres ſinus, comme BE. de même que les tangentes, comme LC. & les ſecantes, comme ABL. *ainſi qu'on le verra cy-après.*

Digitized by Google

PRINCIPES GENERAUX

Et Axiomes de Trigonometrie.

PROBLEMES.

I.

IL ne peut y avoir de sinus dans aucun angle, que dans les angles moindres qu'un angle droit, puisque le sinus total ne peut être que le rayon du cercle AF. ou son demi diametre AC. *Fig. I. pl. XXV.*

II.

PLus un sinus droit est grand, comme BE. *plus son sinus verse* EC. *l'est aussi*, de même plus un sinus droit est petit, comme BK. plus son sinus verse l'est aussi. *Fig. I. pl. XXV.*

III.

LE sinus droit d'un arc est aussi sinus droit de son suplement au demi cercle; c'est-à-dire de l'arc qui acheve la demie circonférence du cercle, ainsi la ligne EB. qui est sinus droit de l'arc CB. peut être aussi appellée le sinus droit de son suplement ou

de l'arc BIG. ou de l'angle BAG. dont cet arc eſt la meſure. *Fig.* 1. *pl. XXV.*

IV.

LE ſinus verſe d'un arc étant joint au ſinus verſe de ſon ſupplement au demi cercle, égale toûjours le diametre, ainſi la ligne EC. qui eſt ſinus verſe de l'arc BC. étant jointe à la ligne EAG. qui eſt ſinus verſe du ſuplement BIG. égalera le diametre du cercle GC. *Fig. I. pl. XXV.*

V.

DAns tout triangle rectangle, chaque côté peut être pris commodément pour le rayon d'un cercle, ou pour le ſinus total de 100000 *parties.*

1°. Dans le triangle rectangle ABC. ſi on prend le côté qui ſoutient l'angle droit C. pour le rayon d'un cercle AB. de 100000, les côtez qui comprennent cet angle droit ſont les ſinus des angles qui leur ſont oppoſez, *ainſi dans ce triangle, le petit côté* BC. *ſera le ſinus de l'angle* A. *qui lui eſt oppoſé, & le côté moyen* AC. *le ſinus de l'angle* B. *qui lui eſt oppoſé. Fig.* 2. *pl. XXV.*

2°. Si dans le triangle rectangle ACB. le côté moyen AC. qui ſoutient le plus grand angle aigu B. qui lui eſt oppoſé, eſt pris pour rayon du cercle de 100000, *le*

Digitized by Google

petit côté CB. *qui contient l'angle droit ſera pour lors la tangente de l'angle* A. *& le grand côté* AB. *qui ſoutient l'angle droit ſera la ſecante. Fig.* 4. *pl. XXV.*

3°. Lorſque dans le triangle rectangle ACB. le petit côté CB. eſt pris pour le rayon d'un cercle 100000, *le côté moyen* AC. *qui comprend l'angle droit, ſera la tangente de l'angle* B. *& le plus grand côté* AB. *qui ſoutient ce même angle droit, ſera la ſecante de ce même angle* B. *Fig.* 4 *pl.* XXV.

VI.

EN tout triangle, comme le ſinus d'un angle eſt au côté qui lui eſt oppoſé, ainſi le ſinus d'un autre angle eſt au côté qui lui eſt oppoſé, d'où il s'enſuit que les côtez d'un triangle ont entre eux la même proportion que les ſinus droits des angles qui leur ſont oppoſez.

Car ſoit le triangle BDC. ſoit décrit un cercle par les trois points B.D.C. qui ſont les trois angles de ce triangle. *Fig.* 5 *pl. XXV.*

Du centre A. ſoient menées les trois lignes AB. AC. AD. & les trois perpendiculaires AE. AF. AG. pour lors ces trois perpendiculaires couperont en deux également chaque côté du triangle aux points H. I. K. leſquels côtez ſont icy conſiderez comme trois cordes coupées par le milieu.

D'ailleurs, chacun des angles du triangle étant inſcrit, a pour meſure la moitié

de l'arc ſur lequel il eſt appuyé, donc l'angle inſcrit BDC. eſt égal à l'angle au centre BAF. de même l'angle inſcrit BCD. eſt égal à l'angle BAE. & enfin l'angle DBC. inſcrit, eſt égal à l'angle du centre DAG.

Or, par la définition des ſinus, la ligne BI. eſt ſinus de l'angle BAF. parce qu'elle eſt la moitié de la corde BC. qui ſoutient le double de l'arc qui le meſure; par la même raiſon CK. eſt ſinus de l'angle CAG. & BH. ſinus de l'angle BAE. ainſi BI. ſinus de l'angle BAF. ſera pareillement ſinus de l'angle BDC. ſon égal.

On prouvera la même choſe des deux autres angles du triangle inſcrit, *d'où il s'enſuit viſiblement que* BI. *ſinus de l'angle* BDC. *eſt à* BC. *côté qui lui eſt oppoſé, comme* CK. *ſinus de l'angle* CBD. *eſt à* CD. *côté qui lui eſt oppoſé, puiſque chacun des ſinus eſt la moitié du côté, & ainſi de l'autre angle* DCB. *dont le ſinus* BH. *eſt moitié du côté* BD.

VII.

EN tout triangle plan, comme la ſomme des deux côtez eſt à leur différence, ainſi la tangente de la moitié de la ſomme des angles oppoſez, eſt à la tangente de la différence au-deſſous & au-deſſus de la moitié.

Soit un triangle obtuſangle ABC. dont on connoît les côtez AB. de 6 pieds, & BC. de 3. avec l'angle compris entre ces

deux côtez, comme ABC. de 107 pieds 30 minutes. *Fig. 6. pl.* XXV.

Il faut faire voir que comme la somme des deux côtez AB. & BC. de 9 pieds est à leur différence 3 pieds, c'est-à-dire à l'excez, par lequel le plus grand côté AB. surpasse le plus petit côté BC. ainsi la tengente de la moitié de la somme des deux angles A & C. est à la tangente de la différence des deux mêmes angles.

Au triangle ABC. les deux côtez étant donnez AB. BC. avec l'angle B. compris entre ces deux côtez les deux angles A & C. seront connus.

Comme au même triangle ABC. si le côté AB. est de 6 pieds, & BC. de trois pieds, & l'angle B. de 107 degrez 30 min. les deux autres angles A & C. seront trouvez en cette maniere.

Supposez *la somme des deux côtez* AB. BC. *de 9 pieds*

leur différence de 3 *pieds*

la somme des deux angles A & C. de 73 *deg.* 30 *min.*

la moitié de cette somme de 36 *deg.* 15 *min.*

la tangente de la moitié de la somme de 73323

Dites pour lors, comme la somme des deux côtez connus, 9 pieds, est à leur différence 3 pieds, ainsi la tangente de la

moitié de la somme des deux angles opposez (qui est dans les tables de 73323) est à la tangente trouvée, qu'il faut chercher dans les tables 24441, elle donnera 13 degrez 44 minutes, qu'il faut soustraire de 36 degrez & 15 minutes, *& ce qui restera 22 degrez 31 minutes, sera la valeur du petit angle aigu* BAC.

Pour avoir maintenant l'autre angle aigu BCA. il faut ajouter à la moitié de la somme des deux angles.

Sçavoir, 13 *degrez* 44 *minutes.*
& 36 *degrez* 15 *minutes.*
& le produit ou reste 49 *degrez* 59 *minutes sera la valeur du grand angle aigu* BCA. *qu'il faloit connoître.*

VIII.

DAns quelque triangle BAC. *comme le grand côté est à la somme des deux autres côtez, ainsi la difference de ces deux autres côtez est à une portion du grand côté, laquelle en étant retranchée, le restant est tel que la perpendiculaire qui tombe de l'angle opposé, coupe ce reste en deux également au point* G. *Fig.* 7. *pl.* XXV.

Soit le triangle obtusangle BAC. son petit côté AC. & le plus grand côté BC. du point A. soit décrit un cercle CDEF. à la distance du petit côté AC. coupant les deux autres côtez aux points E & F. & que le côté BA. soit prolongé jusqu'en D. *pour lors*

Digitized by Google

BD. *ſera la ſomme des deux côtez ; car* AC. *&* AD. *ſont égaux, puiſqu'ils ſont rayons d'un même cercle.*

Cela étant ainſi, dites, comme le grand côté CB. eſt à la ſomme des deux autres côtez BD. ainſi EB. la différence ou excez de ces deux côtez eſt à BF. portion du grand côté, laquelle en étant retranchée, la perpendiculaire AG. coupera en deux également le reſte FC. au point G.

On conclud par le précédent principe, que lorſque les trois côtez d'un triangle obtuſangle ſont connus, l'on connoîtra les deux ſegments ou portions du grand côté BC. *ſur lequel on aura abaiſſé de ſon angle opposé* A. *la perpendiculaire* AG. *Fig. 7. pl.* XXV.

Car ſi dans le triangle BAC. le côté AB. eſt de 20 pieds BC. de 21, & AC. de 13, il faut chercher les portions du grand côté BG. & GC.

Ainſi ſi le grand côté BC. *eſt de* 21 *pieds ; la ſomme des deux autres côtez* BA. AC. *ſera de* 33 *pieds ; & la différence d'iceux de* 7 *pieds,* dites pour lors, comme le grand côté BC. de 21 pieds, eſt à la ſomme des deux autres côtez 33 pieds, ainſi BE. la différence d'iceux de 7 pieds, ſera à BE. de 11 pieds, différence des deux ſegments.

Laquelle portion étant trouvée, il la

faut retrancher de tout le reſte BC. de 21 pieds, & le reſte $\frac{12}{10}$ ſera la portion, ou valeur du ſegment FC. dont la moitié ſera de 5 pieds pour la valeur FG. ou GC. *donc* BG. *ſera de* 16 *pieds, &* GC. *de* 5 *pieds.*

IX.

Lorſque dans un triangle obtuſangle CBD. *l'on connoît les trois côtez, on trouvera la valeur de la perpendiculaire* BF. *tombant du ſommet* B. *de ſon angle obtus ſur ſon plus grand côté* CD. *en la maniere ſuivante. Fig.* 9. *pl.* XXV.

Soit le triangle CBD. dont le côté CB. eſt 8 toiſes, BD. de 16, & CD. de 23, il faut trouver maintenant la valeur de la perpendiculaire BE.

Du point B. comme centre, & de l'intervale BC. décrivez un cercle qui coupe les deux autres côtez du triangle aux points F & G.

Comme on a déja fait voir que la perpendiculaire BE. tombe ſur le milieu de la ligne CF. qui eſt icy une corde, il faut d'abord chercher la valeur de la ligne CF. qu'on découvrira facilement en connoiſſant la valeur de la ligne FD. par le principe précédent.

Car, comme la ligne CD. eſt à la ligne AD. ainſi DG. eſt à DF. les trois premieres de ces lignes ſont connuës; CD. eſt la baſe

de 23 toiſes, AD. eſt la ſomme des côtez, c'eſt-à-dire, 24 toiſes ; car CB = BA. GD. eſt la différence des côtez, c'eſt-à-dire 8 toiſes, parce que BG. rayon = CB. petit côté du triangle, il n'y a donc qu'à faire la regle de trois ſuivante.

Comme 23 eſt à 24, ainſi 8 ſera au quatriéme terme inconnu, qui ſera la ligne DF.

Multipliant donc 24
par 8
l'on aura le produit 192
lequel produit étant diviſé par 23
l'on aura pour quotien 8 *toiſes & environ* $\frac{1}{3}$ *de toiſe*
pour la valeur de la ligne DF. cela étant, la ligne DF. vaudra 14 toiſes $\frac{2}{3}$ puiſque la ligne CD. en vaut 23, *donc la ligne* CE. *moitié de* CF. *vaudra 7 toiſes &* $\frac{1}{3}$.

A preſent, connoiſſant la valeur de CE. il eſt aiſé d'avoir la valeur de la perpendiculaire BE. car à cauſe du triangle rectangle CEB. ſi l'on ôte du quarré de CB. qui eſt 64 toiſes, le quarré du côté CE. qui eſt un peu moins de 54 toiſes, *ce qui reſtera pour le quarré de la perpendiculaire* BE. *ſera d'environ* 10 *toiſes, dont la racine quarée ſera* 3 *toiſes* $\frac{1}{3}$ *& quelque choſe de plus pour la valeur de cette perpendiculaire* BE. *que l'on vouloit connoître.*

Digitized by Google

X.

LE ſinus total étant diviſé en 100000 parties égales, il s'enſuivra que comme la corde de l'arc de 60 degrez eſt égale au rayon du cercle, *elle ſera auſſi de* 100000 *parties*, & que la corde d'un angle ou d'un arc de 30 degrez, *ne ſera que de* 50000 *parties*, parce qu'elle n'eſt que la moitié de la corde de 60 degrez.

Ainſi ayant la corde de 30 degrez de 50000 parties, *la corde de* 15 *degrez, ſera par conſéquent de* 25000 *parties.*

Par le même principe, ayant la corde de 15 degrez de 25000 parties, *on aura la corde de trois degrez qui ſera de* 5000 *parties.*

Et ſi l'on a la corde de trois degrez de 5000 parties, *on aura auſſi la corde d'un degré de* 1666 *parties égales.*

De même ayant la corde d'un degré de 1666 parties, *on aura auſſi la corde de* 30 *minutes, moitié d'un degré, qui ſera de* 833 *parties égales.*

Et ſi l'on a la corde de 30 minutes de 833 parties, *l'on aura la corde de* 15 *minutes qui ſera de* 416 *parties.*

De même auſſi ayant la corde de 15 minutes de 416 parties, *on aura la corde de* 3 *minutes qui ſera de* 83 *parties.*

Or, ſi l'on connoît la corde de 3 minutes

pour être de 83 parties, *l'on connoîtra la corde d'une minute qui ſera de 27 parties.*

Et enfin ayant la corde d'une minute de 27 parties, *on aura la corde de deux minutes*, dont la moitié ſera le ſinus de l'arc d'une minute, *ainſi étant parvenu à la connoiſſance du ſinus d'une minute, on parviendra à connoître aiſément tous les ſinus des degrez qui peuvent compoſer le quart du cercle, ou des différents angles qu'on peut former dans un quart de cercle, ainſi qu'on le verra dans les problêmes ſuivants.*

XI.

APrès avoir donné la maniere de trouver les différents ſinus des arcs dans le principe précédent, *il faut icy montrer de quelle maniere on peut déterminer en parties toutes les tangentes & ſecantes de tous les arcs dont on a les ſinus, à cauſe des uſages fréquents qui ſe rencontrent dans preſque toutes les operations de la Trigonometrie, & principalement dans celles de l'Aſtronomie, où l'on employe preſque toûjours des triangles appellez ſpheriques, c'eſt-à-dire, qui ſont formez par des arcs de grands cercles de la ſphere. Fig.* 8 *pl. XXV.*

Suppoſez un angle CAD. de 30 degrez, ſon ſinus par conſéquent ſera de 50000 parties EB. *Fig.* 8. *pl. XXV.*

La tangente CD. parallele au ſinus, &

terminée par le rayon AE. prolongé vers D. eſt ce qu'on appelle abſolument la tangente de l'arc CE. comme la ligne AD. en eſt la ſecante.

Il eſt aiſé de déterminer cette tangente CD. & cette ſecante AD. en parties égales, dès qu'on a le ſinus EB. car le ſinus EB. connu, fait connoître la ligne AB. puiſque le triangle ABE. eſt rectangle, & qu'il n'y a qu'à ôter du quarré du rayon AE. le quarré du ſinus EB. pour avoir le quarré de la ligne AB. dont la racine quarrée ſera la valeur de la ligne AB.

Or, à cauſe des triangles ſemblables ABE. ACD. comme la ligne AB. eſt à la ligne BE. ainſi le rayon AC. eſt à la tangente CD.

Cette tangente étant une fois connuë, il eſt aiſé de connoître la ſecante AD.

Car comme le ſinus BE. eſt au rayon EA. ainſi la tangente CD. eſt à la ſecante DA. *à cauſe des triangles* CAD. BAE.

On peut avoir encore autrement la ſecante AD. car le triangle ACD. étant rectangle, ſi au quarré du rayon AC. l'on y joute le quarré de la tangente CD. l'on aura le quarré de l'hypotenuſe AD. dont la racine quarrée ſera la valeur de la ſecante de l'arc CE.

Digitized by Google

XII.

ETant donné le ſinus BF. *d'un arc de* 30 *degrez, trouver le ſinus du complement, c'eſt-à-dire, le ſinus* BD. *d'un arc* BC. *de* 60 *degrez. Fig.* 11. *pl.* XXVI..

Le ſinus donné FB. forme avec BD. ou ſon égale FE. un angle droit, dont EB. rayon, eſt la baze : or, BD. eſt ſinus de l'arc BC. qui eſt le complement de l'arc donné AB.. ainſi ſi du quarré de EB. c'eſt-à-dire, ſi du quarré de 100000. on ôte le quarré de BF. c'eſt-à dire, le quarré de 50000, reſtera le quarré de BD. *dont la racine quarrée ſera le ſinus de l'arc* BC. de 60 *degrez.*

XIII.

EN toute ſorte de triangles plans, les côtez ont entr'eux la même proportion, que les ſinus des angles qui leur ſont oppoſez.

Car les ſinus ſont la moitié des cordes ou ſoutendentes ; mais les côtez de quelque triangle plan que ce ſoit, ſont entr'eux comme les ſoutendentes des angles qui leur ſont oppoſez : donc auſſi comme la moitié des ſoutendentes.

Car la proportion qui eſt du tout au tout, eſt la même de la moitié à la moitié.

Or, pour connoître ſi les côtez de quelque

Digitized by Google

triangle, comme ABC. *ſont entr'eux comme les ſoutendentes des angles qui leur ſont oppoſez. fig.* 10. *pl.* XXV.

Décrivez un cercle à l'entour du triangle donné, en ſorte que ſa circonférence paſſe par les trois points A. B. C. des trois angles, pour lors les côtez de ce triangle ſeront les ſoutendentes des arcs qui leur ſont oppoſez, ou des arcs qui meſurent ces angles, qui ſont doubles de leur meſure.

Ainſi dans cet exemple le côté AB. eſt la ſoutendente de l'angle ACB. que l'arc AB. meſure, le côté BC. la ſoutendente de l'angle BAC. que l'arc BC. meſure, & le côté AC. eſt la ſoutendente de l'angle ABC. que l'arc ADC. meſure.

Donc le côté AB. *eſt au côté* BC. *comme la ſoutendente de l'angle* ACB. *eſt à la ſoutendente de l'angle* BAC. *& ainſi des autres exemples.*

XIV.

LOrſque dans un triangle ABC. *l'on connoît un côté* AB. *de* 100 *toiſes, & deux de ſes angles; ſçavoir, l'angle* A. *de* 60 *degrez, & l'angle* B. *de* 30 *degrez; on connoîtra auſſi le troiſiéme angle* C. *& les deux autres côtez* AC. CB. *en la maniere ſuivante. Fig.* 12. *pl.* XXVI.

Comme le ſinus de l'angle C. 90 degrez qui eſt de 100000 parties, eſt à ſon côté oppoſé

opposé AB. de 100 toises ; ainsi le sinus de 60 degrez, ou de l'angle A. qui est 86602, *ainsi qu'on le trouve dans les tables*, est à son côté opposé CB.

Pour connoître ce que vous cherchez, faites cette regle.

multipliez	86602	2e. *terme de la propor.*
par les	100	*t.* 3e. *ter.*
& le produit	8660200	
étant divisé par les	100000	1^r. *terme.*

ce qui se fera plus facilement en coupant les cinq derniers chifres de la somme à diviser, qui sont 60200. Les deux chifres qui resteront 86, seront le quotien de cette division ; le quatriéme terme de la proportion & la valeur 86 toises pour le côté BC.

Mais comme il est resté de cette opération le nombre 60200,

multipliez ce nombre	60200
par 6 pieds valeur d'une toise	6
& vous aurez pour produit	123600

duquel si vous en retranchez les 5 derniers chifres 23600, *le nombre* 1. *qui reste vaudra* 1. *pied qu'il faut ajoûter au côté* BC. *qui sera pour lors de* 86 *toises* 1 *pied.*

Enfin, comme il est resté encore le nombre 23600

multipliez ce nombre	23600
par 12 *pouces valeur d'un pied*	12
& vous aurez pour produit	2. 83200

duquel produit si vous en retranchez les cinq derniers chifres 83200, le chifre 2. qui restera, sera deux pouces qu'il faut ajouter au côté CB. *qui sera alors de* 86 *toises* 1. *pied* 2. *pouces.*

Mais comme il est resté encore de cette opération le nombre 83200

multipliez ce nombre	83200
par 12 *lignes valeur d'un pouce*	12
& vous aurez pour produit	9. 98400

Duquel produit si vous en retranchez les cinq derniers chifres, qui sont 98400, le chifre 9. qui restera sera le nombre des lignes qu'il faut ajoûter au côté CB. *qui sera enfin de* 86 *toises* 1. *pied* 2. *pouces &* 7 *lignes ; le reste* 98400 *doit être négligé, puisqu'il ne sçauroit produire une ligne.*

Cette opération faite, on trouvera l'autre côté AC. *en disant,*

Comme le sinus total 100000 est à son côté AB. opposé de 100 toises ; ainsi le sinus de l'angle B. de 30 degrez, qui est de 50000 parties, *ainsi qu'on le trouve dans les tables*, sera à son côté opposé AC. que l'on pourra connoître en faisant cette regle.

Digitized by Google

multipliez	50000	*valeur du sin. de 30 d.*
par les	100	*toi. côté* AB.
& vous aurez le prod.	5000000	*millions.*
divisez ce produit	5000000	
par le premier terme	100000	*sinus total.*

ce qui se fait aisément en coupant les 5 derniers chifres de la somme à diviser, qui sont cinq zéros, *& les deux chifres restant* 50, *seront la somme ou valeur des toises du côté* AC.

Ainsi par cette opération, on peut parvenir à la connoissanee des triangles dont on connoît deux angles, & un côté compris entre ces deux angles.

XV.

Lorsque dans un triangle ABC. *l'on connoît deux côtez* BA. *de* 125 *toises*, *&* AC. *de* 140 *toises avec l'angle* A. *de* 45 *degrez*, *compris entre les deux côtez connus*, *l'on trouvera les deux autres angles* B *&* C. *& le troisiéme côté* BC. *de la maniere suivante. Fig.* 13. *planche* XXVI.

Cherchez dabord la moitié de la somme des deux angles inconnus B & C. qui se trouvera être de 60 degrez 30 minutes, & faites cette analogie.

Comme la somme des deux côtez con-

nus 275 eſt à leur différence 25 ; ainſi la tangente de la moitié de la ſomme des angles inconnus qui ſe trouve dans les tables, de 241421 ſera à la tangente de la moitié de la différence des deux mêmes angles inconnus ; ce qu'on pourra découvrir en faiſant la regle ſuivante.

multipliez le nombre 241421 3e. *ter.*
par la différence 25 2e. *ter.*
& vous aurez le produit 6035525 *lequel*
étant diviſé par le prem. terme 275
on aura pour quotien 21947 & $\frac{100}{275}$

Laquelle ſomme de 21947 ſera la tangente de 12 degrez 23 minutes, *ainſi qu'on le trouvera dans les tables*, & les 12 degrez 23 minutes ſeront le valeur de l'angle qui eſt la moitié de la différence entre les deux angles inconnus, *comme il eſt marqué dans les tables.*

Or, ſi on ajoûte cet angle de 12 degrez 23 minutes à la moitié de la ſomme des angles inconnus, 67 degrez 30 minutes, *l'on aura 79 degrez 53 minutes pour le plus grand angle inconnu de ce triangle qui eſt l'angle* B.

Si vous retranchez enſuite de l'angle 67 degrez 30 minutes, la valeur 12 degrez 23 minutes, *on trouvera 55 degrez 7 minutes pour la valeur du troiſiéme angle inconnu* C. *de ce triangle.*

Digitized by Google

Enfin connoissant les trois angles de ce triangle & les deux côtez, on connoîtra facilement le troisiéme côté BC. *par le problême précédent.*

XVI.

Lorsqu'on connoît les trois côtez d'un triangle tel que ABC. *l'on connoîtra ses trois angles, en faisant l'opération suivante. Fig.* 14. *pl.* XXVI.

Faites dabord cette analogie, comme le plus grand côté AB. de 120 toises est à la somme des deux autres côtez 140 toises ; ainsi la différence des deux mêmes côtez, qui est 20, sera à la différence des segmens faits par la perpendiculaire CD. *laquelle différence on trouvera en faisant la regle suivante.*

multipliez	140	*toises* 1r. *moyen*
par la différence	20	— 2e. *moyen*
& vous aurez le produit	2800	*lequel étant*
divisé par les	120	*toises* 1r. *ex.*
vous aurez pour quotien	23	*toises* 2 *pieds pour la différence des segmens faits par la perpendiculaire* CD.

Laquelle différence 23 toises 2 pieds étant ajoûtée avec la même base AB. 120 toises, donnera 143 toises 2 pieds, *dont la moitié* 71 *toises* 4 *pieds sera la valeur du plus grand segment* DB.

Et pour avoir le petit segment DA. il

Digitized by Google

faut retrancher les 71 toiſes 4 pieds de toute la baſe 120, *& ce qui reſtera, c'eſt-à-dire,* 48 *toiſes* 2 *pieds ſera la valeur de ce petit ſegment* DA.

Maintenant pour trouver l'angle B. dans le triangle rectangle CDB. prenez BC. pour le ſinus total 100000, & faites l'analogie ſuivante.

Comme le côté CB. 80 toiſes eſt au grand ſegment DB. 71 toiſes 4 pieds, ainſi le ſinus total 100000 eſt au ſinus du complement de l'angle B. qui eſt BCD. ce qu'on ſçaura par la regle ſuivante.

multipliez les	100000	*ſinus total*
par les	71	*toiſes 4 pieds*

ce que vous pourrez faire ainſi, en multipliant dabord par les 71 toiſes, vous aurez le produit 7100000
auquel ſi vous y ajoûtez les deux tiers de 100000
pour les quatre pieds, vous aurez encore 66000
& pour total 7166000

Lequel total étant diviſé par les 80 toiſes, vous aurez le nombre 89575 pour la valeur du ſinus du complement de l'angle B. qui eſt l'angle BCD. & qu'on trouve dans les tables de 63 degrez 38 minutes, & dont le complement, qui eſt vis-à-vis,

Digitized by Google

dans les mêmes tables, eſt de 26 degrez 22 minutes pour la valeur de l'angle B.

Ainſi par cette operation, connoiſſant le triangle rectangle BDC. *on connoîtra de même l'autre triangle rectangle* ADC. *& les connoiſſant tous les deux, on connoîtra évidemment tout le triangle* ABC. *dont on ne connoiſſoit que les trois côtez.*

XVII.

Lorſque dans un triangle ABC. *on connoît deux côtez* AB. *de* 34 *pieds, &* BC. *de* 13 *pieds, avec un angle* C. *oppoſé à l'un de ces côtez* AB. *on trouvera le troiſiéme côté* AC. *& les deux autres angles* A *&* B. *en la maniere ſuivante. Fig.* 16. *pl. XXVI.*

Comme le côté AB. de 34 pieds eſt au côté BC. de 13, ainſi AB. 86935 ſinus de l'angle C. de 60 degrez 23 minutes (*comme on le trouve dans les tables des ſinus*) eſt à BC. ſinus de l'angle A.

Ainſi ayant cherché le quotien (*qu'on trouvera dans les tables des ſinus*) l'on aura 19 degrez 24 minutes pour la valeur de l'angle A.

Or ſi l'on joint cet angle A. de 19 degrez 24 minutes à l'angle C de 60 degrez 23 minutes, & qu'on en retranche le total 79 degrez 47 minutes de 180 degrez valeur des trois angles du triangle, ce qui

reſtera, c'eſt-à-dire 100 degrez 13 minutes, ſera la valeur de l'angle B.

Ainſi connoiſſant maintenant les trois angles du triangle ABC. *& deux des côtez, on connoîtra facilement le troiſiéme côté* AC. *par les problêmes précédents.*

XVIII.

Lorſque dans un triangle obtuſangle ABC. *on connoît le plus grand côté* AC. *de* 22 *pieds, & le petit côté* BC. *de* 10 *pieds avec le plus petit angle* C. *de* 24 *degrez* 50 *minutes, l'on connoîtra les deux autres angles* B *&* A. *& le troiſiéme côté* BC. *en la maniere ſuivante. Fig.* 15 *pl. XXVI.*

Comme le côté BA 10 pieds eſt au côté AC. de 2 pieds, ainſi BA. 42002 ſinus de l'angle A. comme on le trouve dans les tables, eſt à AC. ſinus de l'angle B.

On trouvera promptement le ſinus AC. 92405, parce que ce ſinus eſt le ſinus de l'angle aigu ADC. 67 degrez 31 minutes, que l'arc ABD. environne, *& l'angle obtus* ABC. *ſe trouvera être de* 112 *degrez* 28 *minut. parce que l'arc* ADC. *l'environne.*

Remarque.

Par tout ce que l'on vient de dire, on voit clairement qu'on peut par le moyen des tables de ſinus tangentes & ſecantes, trouver quel-

ques côtez, ou quelques angles inconnus dans un triangle, & qu'on peut s'en ſervir très-utilement dans toutes les operations pratiques de la Trigonometrie, dont on va donner cy-après des exemples ſenſibles par des operations méchaniques.

Des Triangles Spheriques.

COMME la connoiſſance parfaite de toute ſorte de triangles ſpheriques ſuppoſe celle de toute l'Aſtronomie dont nous n'avons pas reſolu de parler dans cette Introduction, nous nous contenterons ſeulement de donner icy une idée générale des triangles ſphériques, & de la maniere d'en connoître leurs angles & leurs côtez inconnus, comme ayant beaucoup de rapport à l'article de la Trigonometrie rectiligne que nous traitons en ce lieu.

DE'FINITION.

ON *entend par triangles ſpheriques* ceux qui ſont compoſez de lignes courbes ou circulaires, *comme on le voit dans la Fig.* 17. *pl. XXVI.* où le triangle ABC. eſt compoſé de trois portions de cercle AB. BC. CA.

Digitized by Google

Probleme General.

Pour trouver la valeur des trois angles du triangle ſpherique ABC. *Fig.* 17. *pl. XXVI.*

1°. Prolongez le côté BC. vers F. enſorte que BC. & CF. faſſent un quart de cercle ; de même, prolongez le côté BA. vers G. enſorte que BA. & AG. compoſent un autre quart de cercle, *pour lors ſi l'on décrit du point* A. *l'arc* FG. *cet arc ſera la valeur de l'angle curviligne* ABC.

2°. Pour avoir la valeur de l'angle C. prolongez le côté AC. vers E. enſorte que AC. & AE. compoſent un quart de cercle, de même prolongez le côté AB. vers D. enſorte que AB. & BD. compoſent auſſi un autre quart de cercle, *pour lors ſi l'on forme l'arc de cercle* DE. *il donnera la valeur de l'angle* C.

3°. Si enfin l'on vouloit connoître le troiſiéme angle A. il n'y auroit qu'à prolonger le côté AC. vers H. enſorte que AC. & CH. compoſent un quart de cercle, *pour lors ſi l'on forme l'arc de cercle* DH. *il donnera la valeur de l'angle* A.

Ainſi par ce problême on vient facilement about de la connoiſſance des angles d'un triangle ſpherique, *on parviendra auſſi facilement à la connoiſſance de ſes côtez, pourvû*

Digitized by Google

qu'on en connoiſſe un ſeul avec deux angles, ou deux côtez avec un angle, & pour lors on ſe doit ſervir de la même methode que nous avons donné pour les triangles rectilignes par le moyen des tables de ſinus tangentes & ſecantes qu'on trouve dreſſées pour cet uſage dans M. Ozannam ou dans pluſieurs autres Autheurs.

PRINCIPES GENERAUX.

I.

DAns les triangles ſpheriques rectangles, le ſinus total eſt au ſinus de l'un des côtez, comme la tangente de l'angle adjacent à ce côté eſt à la tangente de l'autre côté oppoſé à cet angle d'une part, & que les tangentes de deux arcs ſont en raiſons reciproques avec les tangentes de leur complement d'autre part.

Soit le triangle ſpherique ABC. *Fig.* 18. *pl.* XXVI. rectangle en B. dont l'hypotenuſe AC. eſt la diſtance du ſoleil C. au plus proche équinoxe A. le côté AB. ſera la partie de l'équateur, ſur lequel ſe compte l'aſcenſion droite du ſoleil juſqu'au plus proche équinoxe A. le côté CB. ſera l'arc du meridien comprenant la declinaiſon du ſoleil, l'angle A. ſera donc de 23 degrez 29 minutes, qui eſt la plus grande obliquité de l'écliptique.

Maintenant ſoient prolongez les arcs AB. AC. juſques au quart de cercle en D & E. & du point A. comme pole ſoit décrit l'arc DEF. rencontrant l'arc BC. prolongé en F. & pour lors le point F. ſera le pole de l'arc ABD. & les arcs FD. FB. ſeront auſſi des quarts de cercle, donc l'arc DE. ſera la meſure de l'angle A. de 23 degrez & 29 minutes, donc auſſi l'arc EF. ſera ſon complement de 66 degrez 31 minutes.

Enfin au triangle ſphérique EFG. rectangle en E. le côté EF. étant connu, on aura cette proportion. Le ſinus total eſt au ſinus du côté EF. complement de la plus grande obliquité, comme la tangente de l'angle F. adjacent à ce côté, eſt à la tangente du côté CE. oppoſé à cet angle, ou reciproquement, comme la tangente de l'arc CA. complement de CE. eſt à la tangente de l'arc AB. complement de l'angle F. *pour lors cet arc* AB. *eſt l'aſcenſion du ſoleil requiſe.*

II.

DAns un triangle ſpherique rectangle, les ſinus des angles ſont proportionels aux ſinus des côtez qui leur ſont oppoſez. Fig. 19. pl. XXVI.

Soit le triangle ſpherique ABC. *Fig. 19 pl.* XXVII. rectangle en B. ayant prolongé le côté AB. & l'hypotenuſe AC. chacun juſ-

qu'au quart de cercle en D & E. du point A. comme pole ſoit décrit l'arc DE. qui ſera la même de l'angle A. enſuite du centre de la ſphere F. ſoient tirez les rayons FA. FB. FD. FE. & ſoient de plus tirez EG. perpendiculaire ſur FD. & CH. perpendiculaire ſur FB. *alors* FG. *ſera le ſinus de l'arc* ED. *ou de l'angle* A *&* CH. *ſera le ſinus du côté* BC. *oppoſé à cet angle* A.

Enfin ſoient encore tirées CI. perpendiculaires ſur le rayon AF. & la ligne IH. alors CI. ſera le ſinus de l'arc AC. cette préparation étant faite, les triangles rectilignes FEG. ICH. ſont ſemblables; car 1°. leurs plans ſont paralleles, étant tous deux ſur le plan du cercle ABD. à cauſe des angles ſphériques ABC. ADE. qui ſont droits.

Ces deux triangles FEG. ICH. ont chacun un angle droit en G & H. & les côtez FE. IC. ſont paralleles étant tous deux perpendiculaires ſur le rayon FA. les côtez EG. CH. ſont auſſi paralleles entre eux, étant perpendiculaires ſur un même plan, (donc par la coupe des plans paralleles) l'angle EFG. eſt égal à l'angle CIH. ces triangles ſont donc ſemblables, & ont leurs côtez proportionels FE. rayon, ou ſinus de l'angle droit ABC. & eſt à CI. ſinus de l'hypotenuſe AC. qui lui eſt oppo-

Digitized by Google

ſée, comme EG. ſinus de l'angle A. eſt à CH. ſinus de l'arc CB. qui eſt ſon côté oppoſé.

L'on démontre en même temps qu'au triangle ſphérique ABC. le ſinus de l'angle droit B. ou le rayon, eſt au ſinus de l'hypotenuſe AC. comme le ſinus de l'angle C. eſt au ſinus de ſon côté oppoſé AB. en commençant par prolonger les côtez CB. CA. *donc l'on conclura qu'en raiſon égale, le ſinus de l'angle* A. *eſt au ſinus de ſon côté oppoſé* BC. comme le ſinus de l'angle C. eſt au ſinus de ſon côté oppoſé AB.

SECTION SECONDE

De la Longimetrie.

LA LONGIMETRIE eſt une partie de la Trigonométrie pratique, qui enſeigne à meſurer toutes ſortes de grandeurs ou diſtances orizontales, acceſſibles ou inacceſſibles, *ainſi qu'on le verra dans les problêmes ſuivants.*

PROBLEMES.

I.

POur meſurer ou connoître la largeur d'une riviere K. *ſans avoir beſoin de la traverſer. Fig.* 20 *pl. XXVII.*

Cherchez un point tel que A. d'où vous puiſſiez obſerver quelque objet remarquable au-delà de la riviere, enſorte qu'avec un demi cercle vous puiſſiez former avec le rayon viſuel AC. & la ligne AB. l'angle droit CAB.

Meſurez enſuite ſur le terrain & ſur le bord de la riviere la ligne AB. à laquelle vous donnerez telle valeur qu'il vous plaira, ſuivant la comodité du lieu, où la volonté de celui qui opere, comme par exemple icy 50 toiſes, *quoiqu'il ſoit beaucoup mieux de faire cette baſe plus grande.*

Formez enſuite au point B. avec le demi cercle un autre angle droit ABE. & marquez ſur le terrain ce rayon viſuel BE. avec une corde, ou par le moyen d'un petit ſillon.

Diviſez pour lors la baſe AB. en deux également au point D. & ſur ce point ayant obſervé l'angle ADC. pour être de 70 degrez, *pour lors la diſtance qui ſe trouvera ſur le terrain depuis le point* F. *juſques au point* B.

ſera égal à la largeur de la riviere repreſentée par la ligne ou rayon viſuel AC. *par le Theor. XIII de la I. part. pag.* 262.

REMARQUE.

LOrſque le terrain ne permet point de tirer la ligne BE. *à cauſe de quelque obſtacle inſurmontable, comme quelque montagne ou autre inegalité de terrain, &c.*

Il faut ſeulement bien obſerver ſur le terrain la valeur de l'angle droit CAD. & celle de l'angle ADC. de 70 degrez, ainſi que la valeur de la baſe AD. qui ſera de 25 de 50 toiſes plus ou moins ſelon la volonté.

Et ayant formé ſur le papier une ligne droite ſervant de baſe BD. qu'on aura diviſé en 25 ou 50 parties égales qui vaudront autant de toiſes conformément à la baſe connuë ſur le terrain, faites avec un raporteur ſur cette ligne BD. un triangle BDE. ſemblable à celui qu'on a obſervé ſur le terrain ou ſur la riviere CAD. *& pour lors les côtez & les angles de ces deux triangles étant proportionels, ſi l'on meſure avec le compas le côté* BE. *ſur le côté connu* BD. *l'on en connoîtra la valeur, qui ſera aſſez préciſément la même que la largeur* CA. *de la riviere que l'on vouloit connoître. La figure d'un raporteur eſt dans la planche* XIV. *fig.* 34.

Digitized by Google

AUTREMENT.

TIrez sur le terrain & de votre côté une base AB. de la longueur que vous voudrez, comme icy de 100 toises, & formez au point A. sur cette base de part & d'autre les deux angles droits CAB. DAB. & marquez sur le terrain avec une corde ou autrement la ligne ou rayon visuel AE. ou AD. *Fig.* 21 *pl.* XXVII.

Portez ensuite votre instrument au point B. & ayant connu la valeur de l'angle ABC. de 30 degrez, formez de l'autre côtez de la ligne AB. une autre angle semblable ABD. de 30 degrez, *pour lors si l'on mesure la ligne* AD. *elle sera assez précisément la largeur* AC. 55 *toises de la riviere que l'on vouloit connoître.*

REMARQUE.

SI le terrain ne permettoit point de tirer la ligne AD. *ou* AE. il suffiroit de rapporter sur le papier un triangle BAD. semblable & proportionel au triangle CAB. qu'on auroit observé sur le terrain ou sur la riviere, ainsi qu'on vient de le dire, *& l'on connoîtroit assez précisément ce qu'on cherche par le même principe.*

Digitized by Google

II.

Pour meſurer la largeur d'une riviere, ou quelque autre grandeur inacceſſible par le moyen d'un triangle équilateral de bois, de carton ou de cuivre DBE. *poſé bien orizontalement ſur ſon pied. Fig.* 22. *pl.* XXVII.

Cherchez ſur le bord de la riviere un point tel que N. enſorte qu'avec le triangle équilateral, vous puiſſiez découvrir avec deux de ſes côtez DB. BE. deux objets remarquables, l'un en de-là de la riviere, comme l'arbre A. l'autre en de-ça de la riviere, comme l'arbre M. ou toute autre choſe.

Tirez enſuite de votre côté une ligne droite du point N. au point M. par le moïen d'une corde ou autrement, qu'il faudra parcourir, juſques à ce que avec votre même triangle équilateral vous ayez trouvé un point tel que C. d'où vous puiſſiez découvrir avec les deux côtez de votre triangle équilateral l'arbre A. & le point N. ſur lequel vous aurez planté un piquet, pour lors vous aurez trouvé ſur le terrain ou ſur la riviere le grand triangle équilateral NAC. dont un de ſes côtez NC. ſe trouve icy connu de 40 toiſes plus ou moins, & par conſéquent les trois côtez & les trois angles.

Je dis pour lors que ſi l'on fait enſuite ſur le

Digitized by Google

papier, & sur une ligne divisée en 40 *parties égales un triangle équileteral, & que dans ce triangle équilateral l'on abaisse la perpendiculaire* AH. *cette perpendiculaire étant mesurée sur la base* NC. *de* 40 *toises, fera connoître la largeur de la riviere, & qui en sera à peu près la juste valeur par le même principe. Cette pratique est purement méchanique, quoique bonne.*

AUTREMENT.

LOrsque la distance inaccessible est fort considerable, comme un bras de mer, on en connoîtra la largeur CE. *de cette sorte. Fig.* 24. *pl.* XXVII.

Prenez sur votre terrain une base considerable, comme d'une lieuë de 2000 toises, ainsi qu'il est marqué icy du point A. au point B. qui sont deux Villages sur le bord de la mer.

Du point A. cherchez sur l'autre bord de la mer quelque objet remarquable, comme le sommet de quelque montagne, ou quelque autre chose, & avec votre demi cercle, observez avec beaucoup d'attention la valeur de l'angle CAB. formé par le rayon visuel AC. & par votre base connuë AB, & en ayant marqué la valeur sur un papier, comme icy de 46 degrez.

Passez ensuite au point B. d'où ayant observé avec le même instrument l'angle

CBA. formé par le rayon viſuel BC. & par votre baſe connuë BA. marquez-le de même ſur un papier, pour être icy de 50 degrez.

Je dis pour lors que ſi l'on forme ſur le papier, & ſur une ligne AB. diviſée en 2000 parties égales, qui vaudront autant de toiſes, un triangle ſemblable à celuy que l'on a obſervé ſur le terrain, ayant toûjours les angles ſur la baſe A & B. égaux à 46 & à 50 degrez, & que dans ce triangle l'on y abaiſſe la perpendiculaire CE. *cette perpendiculaire étant meſurée ſur la baſe connuë* AB. *donnera aſſez préciſément la largeur du bras de mer* CE. *que l'on vouloit connoître, & qui pourra être icy d'environ* 1500 *toiſes, par le même principe.*

On peut faire les mêmes operations pour connoître la largeur ou longueur d'un eſtang, d'un lac, d'un bois ou de toutes autres diſtances inacceſſibles & orizontales.

III.

POur meſurer quelque diſtance inacceſſible, pourvû qu'elle ne ſoit point bien conſiderable, comme la largeur d'un foſſé, ou d'une petite riviere AB. *&c. par le moyen de ſon chapeau. Fig. 25. pl.* XXVII.

Il faut ſe tenir bien droit au point A. & pour ne point beaucoup varier, avoir le

menton appuyé ſur un bâton, & dans cette ſituation baiſſer ſon chapeau ſur ſon front, juſqu'à ce que le rayon viſuel paſſant par le bord du chapeau, aille rencontrer l'autre bord de la riviere ou du foſſé au point B.

Pour lors ſi l'on ſe tourne ſur la même place du côté du terrain où l'on eſt, & que dans la même ſituation de la tête & du chapeau, l'on obſerve attentivement l'extrêmité C. où le même rayon viſuel pourra porter, *l'on aura la diſtance* AC. *qui ſera à peu près égale à la largeur de la riviere ou du foſſé* BA.

Cette operation eſt purement mechanique & recreative ; mais elle peut ſe trouver quelquefois bonne à cauſe de l'égalité des deux triangles BAD. CAD. *qui peuvent ſe trouver aſſez préciſement égaux.*

IV.

POur connoître quelque diſtance inacceſſible BC. *par le moyen du bâton de Jacob. Fig. 23. pl.* XXVII.

On appelle bâton de Jacob un inſtrument compoſé de deux regles diviſées en parties égales, qui ſont des pieds, pouces ou lignes, leſquelles ſe coupent à angles droits, ainſi qu'on le voit dans cet exemple.

On les diſpoſe de telle façon que la plus

Digitized by Google

grande regle AB. ſoit toûjours poſée perpendiculairement ſur le terrain, & que le rayon viſuel conduit du haut de la grande regle ſur la petite regle tranſverſale DF. puiſſe découvrir le point C. ce qui ſe fait en hauſſant ou baiſſant cette petite regle DF. ſelon le beſoin, pour lors le rayon viſuel paſſant par le point E. de la petite regle, formera avec la grande regle AB. & la diſtance BC. un triangle ABC. qui aura deux baſes paralleles BC. DE. ainſi l'on connoîtra la diſtance BC. en faiſant cette annalogie.

Comme AD. eſt à AB. ainſi DE. ſera à la diſtance BC. ce qui ſe trouvera vrai par une regle de trois directe ; car ſi la portion de la grande regle AD. qui eſt de 4 pieds ou pouces, donne 4 pieds ou pouces ſur la petite regle DE. la regle entiere AB. de 12 pieds ou pouces, donnera 18 pieds ou pouces pour la valeur BC. *que l'on vouloit connoître par le Theorême VIII. de la premiere Partie page* 208.

Remarque.

Cette pratique n'eſt bonne que pour des petites diſtances ; car ſi la diſtance BC. *étoit conſiderable, on ne pourroit ſe ſervir du bâton de Jacob qu'en le plaçant ſur un lieu fort élevé tombant à plomb ſur le terrain où l'on voudroit*

Digitized by Google

operer, observant de connoître en ce cas, non-seulement la longueur de la grande regle du bâton de Jacob, mais encore la hauteur du lieu sur lequel on l'auroit placé, qu'on doit considerer comme divisée en mêmes parties égales à celles de la grande regle; ce bâton de Jacob ne doit avoir qu'environ 5 pieds de haut pour pouvoir s'en servir plus commodement, tant en pleine campagne que sur un lieu élevé. L'exemple qu'on vient d'en donner, peut être suffisant, pour montrer la maniere de s'en servir

V.

POur mesurer des distances inaccessibles & horisontales, comme la largeur AB. *d'un bois, d'un étang ou d'un pan de muraille, ainsi qu'il est representé dans les figures* 28. *planche* XXVIII.

Cherchez un point dans la campagne à volonté, tel que C. d'où vous puissiez découvrir les deux extrêmitez du bois A & B.

Observez exactement avec le demi cercle la valeur de l'angle ACB. & ayant trouvé qu'il est de 45 degrez, mesurez ensuite bien exactement les deux lignes formées par les deux rayons visuels CA. CB. qui se trouveront de 100 toises chacune, plus ou moins selon l'opération.

Au même point C. & sur les mêmes li-

Digitized by Google

gnes CA. CB. prolongez vers G & H. formez un angle GCH. ſemblable au précédent, c'eſt-à-dire de 45 degrez, prenez ſur les lignes CH. CG. la valeur CD. CE. de 100 toiſes de part & d'autre.

Je dis pour lors que ſi l'on tire ſur le terrain une ligne DE. *elle vous donnera la valeur de la largeur du bois* AB. *ou de l'étang ou du pan de muraille que l'on vouloit connoître, parcequ'elle lui eſt égale par le Theor. XIII. de la premiere Partie page 262.*

REMARQUE.

LOrſque le terrain ne permet point de prolonger les rayons ou lignes CA. CB. *il ſuffit de connoître l'angle de 45 degrez, & la valeur des deux lignes* CA. CB. *pour connoître la largeur* AB. *du bois de l'étang, &c. Fig.* 28. *&* 29. *pl.* XXVIII.

Car ayant formé ſur le papier un angle de 45 degrez LCM. & pris ſur chacun de ſes côtez prolongez à volonté deux grandeurs égales ou inégales CN. CO. & les ayant diviſées en autant de parties égales que les rayons viſuels, ou lignes CA. CB. peuvent contenir de toiſes, comme icy en 100 parties égales équivalentes aux 100 toiſes. *Fig.* 29.

Je dis pour lors que ſi l'on tire la ligne NO. &

& qu'on la mesure avec le compas sur l'une des lignes de 100 *toises* CN. *ou* CO. *elle vous donnera la juste mesure de la largeur que vous vouliez connoître par le même principe.*

VI.

Pour mesurer une distance inaccessible horisontale aude-là d'une riviere ou autrement, comme pour connoître la distance qu'il y a d'un lieu à un autre marqué par les points A & B. *Fig.* 26. *pl.* XXVII.

Cherchez un point tel que C. sur le bord de la riviere où vous puissiez former un angle droit ACD. ensorte qu'un des rayons visuels, soit dirigé vers l'arbre A. & l'autre le long de la riviere vers le point E.

Formez sous le rayon visuel CE. une ligne droite avec une corde, ou par le moyen d'un petit sillon, & en parcourant la ligne CE. cherchez au point, tel que D. où vous puissiez former un autre angle droit, ensorte qu'un de ses rayons DB. soit dirigé vers la maison B. & que son autre rayon visuel soit dirigé le long de la ligne connuë vers le point C. *pour lors si l'on mesure exactement sur le terrain la ligne* CD. *elle vous donnera assez précisement la distance du point* A. *au point* B. *que l'on vouloit connoître par le Theorême XIII. de la pre-*

miere Partie page 262, & par les Theorêmes V. & VI. page 295.

I. Remarque.

Lorſque le terrain qui eſt ſur le bord de la riviere ne permet pas de faire l'operation précedente; voici de quelle maniere on peut connoître la diſtance du point A. *au point* B. *Fig. 27. pl.* XXVII.

Prenez ſur le bord de la riviere une ligne CD. de tant de toiſes que vous voudrez, où ſuivant la commodité du terrain, comme icy de 50 toiſes.

Portez votre demi cercle au point C. & obſervez attentivement la valeur de l'angle total ACD. qui eſt icy de 110 degrez, & ſa partie BCD. qui pourra être de 35 degrez.

Portez enſuite votre demi cercle au point D. avec lequel vous obſerverez auſſi attentivement l'angle total CDB. qui pourra être de 120 degrez, & ſa partie CDA. de 40 degrez. Cette opération étant faite, je dis que vous aurez les deux triangles ACD. & CDB, dont l'un des côtez CD. ſera connu, de même que deux de leurs angles.

Or, ſi l'on tire ſur le papier une ligne CD. diviſée en 50 parties égales équivalentes à des toiſes, & que ſur cette ligne l'on y forme deux triangles ſemblables à

ceux qu'on a obſervé ſur le terrain ACD. CDB. & que l'on tire la ligne AB. *je dis que ſi l'on meſure la ligne* AB. *ſur la ligne* CD. *connuë l'on connoîtra par-là aſſez préciſement la diſtance inacceſſible de l'arbre* A. *à la maiſon* B. *par le Theorême XIII. de la premiere Partie page* 262.

II. Remarque.

Lorſque la diſtance inacceſſible AB. *ſe trouve en ligne oblique, comme en la figure* 30. *pl.* XXVIII. *on en trouvera également la juſte valeur en ſe ſervant du Problême précedent.*

VII.

Pour tirer une ligne parallele à une ligne inacceſſible AB. *aude-là d'une riviere, ou comme ſi l'on vouloit conſtruire une batterie de canon bien parallele au front d'une place* AB. *comme on le voit dans les Fig.* 31. *pl.* XXVIII.

Prenez un point à volonté, tel que C. d'où vous puiſſiez découvrir les points A & B. & ayant obſervé bien exactement du point C. l'angle ACB. qui ſe trouvera icy de 70 degrez, plantez ſur ce point C. un piquet qu'on puiſſe voir diſtinctement de loin.

Cherchez enſuite dans la campagne un autre point, tel que D. d'où vous puiſſiez découvrir la même ouverture d'angle de

70 degrez les deux mêmes objets A & B; & ayant trouvé ce point D. tirez enſuite la ligne CD. que vous meſurerez exactement, & qui pourra ſe trouver de 100 toiſes plus ou moins.

Obſervez enſuite du point D. bien exactement la valeur de l'angle CDA. qui pourra être de 20 ou 30 degrez. *Je dis pour lors que ſi l'on vient former au point* C. *& ſur le rayon* CB. *un pareil angle de* 20 *ou* 30 *degrez* BCE. *& qu'on en forme au moyen d'un de ſes rayons viſuels* CE. *la ligne* CE. *elle ſera parallele à la ligne inacceſſible* AB. *& la batterie de canon* K. *ſera parallele au front de la Place inacceſſible* AB. *par le Theor. II. de la I. Partie pag.* 172. *& par le Theor. XIII. pag.* 262.

REMARQUE.

L'On peut auſſi connoître la diſtance du point A. *au point* B. *par le moyen de la même operation*: car ſi l'on meſure la ligne AB. ſur la ligne CD. (connuë ſur le terrain, & rapportée ſur le papier pour être de 100 toiſes) on la connoîtra aſſez préciſément, *& l'on ſçaura de quelle largeur eſt le front de la Place* AB. *qu'il eſt ſouvent neceſſaire de connoître, ſur tout dans un ſiége.*

Digitized by Google

VIII.

POur connoître quelque distance inaccessible d'une hauteur donnée A. *comme la distance d'une tour ou autre hauteur perpendiculaire sur l'horison à un lieu fort éloigné, comme la maison ou arbre* C. *Fig.* 32. *pl.* XXVIII.

Du haut de la tour A. avec un demi cercle, observez attentivement l'angle CAB. formé par le rayon visuel AC. & par la ligne AB. de la tour, qui en est sa hauteur perpendiculaire.

Mesurez ensuite avec une corde, ou autrement, la hauteur de la tour AB. que vous trouverez de 60 pieds, vous aurez pour lors dans le triangle CAB. le côté connu AB. de 60 pieds avec deux de ses angles; sçavoir, l'angle CAB. de 65 degrez, & l'angle ABC. qui se trouvera droit ou de 90 degrez, à cause du rayon ou ligne horisontale BC.

Rapportez ensuite sur le papier & sur une ligne AB. divisée en 60 parties égales valant des toises, un triangle semblable & proportionel au triangle ABC. qu'on a observé sur le terrain. *Je dis pour lors que si l'on mesure la ligne* BC. *sur la ligne* AB. *divisée en* 60 *toises, on connoîtra la valeur de la ligne* BC. *& par conséquent la distance de la tour à la maison* C. *que l'on vouloit connoître.*

Digitized by Google

IX.

D'Un point donné A. *au-dessus d'une montagne trouver la distance qu'il y a de ce point à un lieu éloigné dans la campagne, comme au point* C. *où est une maison. Fig.* 33. *pl.* XXVIII.

Prenez sur cette montagne une base AB. telle que le terrain peut le permettre, mesurez-en la valeur qui sera ici de 30 toises.

Ensuite du point A. observez l'angle BAC. qui pourra être de 100 degrez, & au point B. observez pareillement l'autre angle ABC. formé par le rayon visuel BC. & la base AB. & connoissant qu'il est de 70 degrez, l'angle C. sera par conséquent de 10 degrez.

Faites ensuite sur le papier un triangle semblable à celui que vous venez d'observer sur le terrain, sur une ligne droite AB. divisée en 30 parties égales, valant des toises, *pour lors si l'on mesure les deux côtez* AC. BC. *dudit triangle sur la ligne connuë* AB. *de* 30 *toises, on connoîtra la distance qu'il y aura du sommet* A *ou* B. *de la montagne au lieu observé* C. 150 *toises.*

REMARQUE.

ON ne sçauroit connoître d'un lieu élevé aucune distance inaccessible, comme celle

d'une montagne à quelque objet fort éloigné, ſans ſe former une baſe ſur cette montagne, à moins que le lieu élevé où l'on eſt, ne fut perpendiculaire ſur l'horiſon, ou qu'on peut connoître ſon élevation, parce que dans quelque triangle que ce ſoit, il faut du moins connoître un de ſes trois côtez avec deux de ſes angles pour connoître tout le reſte.

SECTION TROISIE'ME

De l'Altimetrie.

L'ALTIMETRIE eſt une partie de la Trigonometrie Pratique, qui nous apprend à meſurer & à connoître toute ſorte de grandeurs inacceſſibles, perpendiculaires, ſur l'horiſon, ou verticales & diagonales, ainſi qu'on le verra dans les opérations ſuivantes.

PROBLEMES.

I.

POur connoître une hauteur inacceſſible, comme la hauteur d'une montagne CD. *Fig.* 34. *pl.* XXIX.

Prenez ſur le terrain une baſe AB. de tant de toiſes que vous voudrez, comme ici de 50 toiſes, & ayant planté deux piquets aux points A & B.

Obſervez attentivement l'angle CAB. formé par vos deux rayons viſuels AC. AB. lequel angle étant connu de 130 degrez, paſſez au point B où vous obſerverez auſſi la valeur de l'angle ABC. qui ſera ici de 30 degrez.

Pour lors ſi l'on fait ſur le papier un triangle ſemblable & proportionel au triangle BAC. qu'on vient d'obſerver ſur le terrain, & ſi ayant prolongé la baſe AB. vers D. & tiré la perpendiculaire CD. *Je dis que ſi l'on meſure la ligne* CD. (*qui eſt la hauteur de la montagne*) *ſur la ligne* AB. *connuë ou diviſée en 50 parties égales valant des toiſes, on en connoîtra aſſez preciſement la valeur, ainſi que la profondeur de la montagne par le bas, repreſentée par la ligne* AD. *par le Theor. premier de la I. Partie page* 278.

I. Remarque.

Lorſqu'il ſe trouve quelque riviere ou autre objet inſurmontable au pied de la montagne, on en trouvera également la hauteur CD. en ſe ſervant de la même opération, ainſi qu'on le voit repréſenté *dans la Figure* 35. *pl.* XXIX.

Digitized by Google

II. Remarque.

Mais si l'on vouloit connoître la hauteur d'une tour HC. *située sur une montagne ; avec la hauteur* CD. *de cette montagne. Fig.* 37. *pl.* XXIX.

Il faudroit d'abord connoître la hauteur CD. de la montagne, ainsi qu'on vient de le dire, & ensuite ayant observé la valeur de l'angle CBH. qu'il faudra ajoûter à l'angle ABC. rapportez ces deux angles ABC. & CBH. sur une ligne droite AB. divisée en 50 parties égales valant des toises.

Je dis pour lors que si l'on prolonge la ligne BA. vers D. & qu'on abaisse la perpendiculaire HD. l'on aura deux triangles DBC. & CBH. dont on connoîtra un des côtez DB. par le moyen de la ligne connuë AB. & deux de leurs angles ; sçavoir, l'angle droit HDB. & les deux aigus DBC. CBH.

Donc, si l'on mesure la portion de la ligne CH. *sur la ligne* AB. *elle donnera la hauteur de la tour, & si l'on mesure de même la portion* CD. *sur la même ligne* AB. *on connoîtra pareillement la hauteur de la montagne par le même principe des triangles, I. Partie page* 278.

Remarquez qu'il faut toûjours ajoûter à la hauteur inaccessible que l'on veut connoître, la

hauteur du pied ſur lequel eſt porté votre demi cercle qui peut être ordinairement de 4 pieds & demi ou de 5 pieds audeſſus du terrain horiſontal.

On peut ſe ſervir de la même methode pour connoître toute hauteur inacceſſible, quelle qu'elle puiſſe être, pourvû que la hauteur propoſée ſoit immobile.

III. Remarque.

L'On peut auſſi connoître par la même operation la hauteur d'un nuage A. *audeſſus de l'horiſon, pourvû que le tems ſoit bien calme, ou que le nuage ne ſoit point agité, comme il arrive ſouvent. Fig.* 40. *pl.* XXIX.

Et pour cela, il faut être deux obſervateurs pour obſerver dans le même tems; ſçavoir, l'un la valeur de l'angle BCD. de 35 degrez, & l'autre la valeur de l'angle CBA. de 110 degrez. Il faut enſuite meſurer bien exactement la diſtance qu'il y a de l'obſervateur C. à l'obſervateur B. qui peut être de 50 toiſes, ſuivant la commodité du terrain, où ſelon la volonté plus ou moins; ainſi dans le triangle CBA. on connoîtra un de ſes côtez CB. & deux de ſes angles CBA. & BCA.

Par conſéquent ſi l'on fait ſur le papier & ſur une ligne CB. diviſée en 50 parties égales, valant des toiſes, un triangle ſem-

Digitized by Google

blable à celui qu'on a observé sur le terrain CAB. & si ayant prolongé le côté CB. vers F. & abaissé la perpendiculaire AE.

Je dis que si l'on mesure cette perpendiculaire AE. *sur la ligne* CB. *de* 50 *toises, on connoîtra la hauteur du nuage* A. *audessus de l'horison* DCBEF. *par le même principe.*

II.

POur mesurer la hauteur d'une montagne AX. *accessible par une méthode méchanique. fig.* 39. *pl. XXIX.*

Ayez une regle d'environ 12 pieds de long, au bout de laquelle soit attaché un équaire CBD. ayant une petite coulice le long de son côté BD. & le long de la regle AB. dans laquelle vous puissiez faire glisser une ficelle, au bout de laquelle soit attaché un plomb d'une livre pesant, marqué E. *Fig.* 39. *pl.* XXIX.

Posez premierement ladite regle sur le sommet A. de la montagne le plus horisontalement qu'il se pourra, & pour cela il faut soutenir ladite regle par le moyen de piquets fourchus, plus ou moins long, suivant le besoin, & lorsqu'on s'apperçoit que la regle AB. est bien d'équaire, faites glisser tout doucement le long de la coulisse de cette regle la ficelle où est attaché le plomb E. jusqu'à ce que ce petit poids tou-

che le terrain de la montagne au point E. pour lors meſurez la hauteur BE. que vous donnera la ficelle & ſon petit poids, & vous connoîtrez déja une portion de la montagne BE. ou AH. qui lui eſt égale.

Je dis que ſi l'on reitere cette operation tout le long de la montagne, autant de fois qu'il en ſera beſoin, & qu'on meſure bien exactement toutes les hauteurs BE. BF. BG. BL. *pour en faire un total. Ce total ſera égal à la hauteur* AX. *de la montagne, comme on le voit par la repréſentation de la figure.*

Remarque.

On connoîtra auſſi par le même principe la profondeur de ladite montagne par la ligne XL. *en lui donnant pour valeur la quantité de pieds produits par le nombre de fois que la regle de* 12 *pieds s'eſt trouvé placée ſur ladite montagne.*

III.

Pour connoître une hauteur inacceſſible AB. *comme celle d'une tour ou quelqu'autre hauteur tombant à plomb ſur la campagne, au pied de laquelle on puiſſe approcher. Fig.* 38. *pl.* XXIX.

Meſurez depuis le pied de la tour B. une ligne de 50 toiſes plus ou moins juſqu'au point C. & ſur ce point obſervez avec le

demi cercle la valeur de l'angle BCA. qui eſt ici de 40 degrez, & vous aurez le triangle rectangle ABC. dont un des côtez & deux angles ſeront connus.

Rapportez enſuite ſur le papier & ſur une ligne BC. diviſée en 50 parties égales équivalentes à des toiſes, un triangle ſemblable & proportionel au triangle ABC. obſervé ſur le terrain ; meſurez enfin le côté AB. ſur le côté BC. qui eſt connu, *& vous connoitrez pour lors la valeur* BA. *qui eſt la hauteur de la tour, par le même principe des triangles I. Partie page* 278.

REMARQUE.

SI l'on ne pouvoit point approcher de ladite tour, à cauſe de quelque foſſé ou de quelque autre obſtacle, il faut ſe ſervir de la premiere méthode que l'on a donné pour les hauteurs des montagnes.

IV.

POur connoitre une hauteur, comme celle d'un clocher CD. *&c. du haut d'une autre hauteur tombant à plomb ſur le terrain, comme du ſommet* A. *de la tour* AB. *Fig.* 41. *planche* XXIX.

Etant à la hauteur A. obſervez avec un demi cercle l'angle DAC. formé par les deux rayons viſuels AD. AC. lequel angle

eſt ici de 35 degrez plus ou moins ; meſurez enſuite avec une corde, ou autrement, la hauteur acceſſible AB. qui ſera de 60 pieds.

Enſuite obſervez la valeur de l'angle BAC. de 60 degrez formé par la hauteur perpendiculaire connuë AB. & le rayon viſuel AC. & étant deſcendu au point B. meſurez la longueur BC. que l'on aura trouvé de 130 pieds.

Je dis que ſi l'on rapporte ſur le papier & ſur une ligne droite BC. diviſée en 130 pieds un triangle rectangle ABC. ſemblable & proportionel au même triangle obſervé ſur le terrain, & qu'au point A. l'on y forme un angle de 35 degrez égal à l'angle DAC. *ſi l'on éleve pour lors au point* C. *la perpendiculaire* CD. *& qu'on la meſure ſur la ligne* BC. *connuë, elle donnera la hauteur* CD. *du clocher, ou de la tour, ou de tout autre objet que l'on vouloit connoitre par les mêmes principes.*

V.

POur meſurer une hauteur, comme celle d'une tour AB. *où toute autre tombant à plomb ſur le terrain, par le moyen d'un angle de* 45. *degrez. Fig.* 36. *pl.* XXIX.

Ouvrez votre demi cercle de la valeur de 45 degrez, & vous reculant dans la cam-

pagne juſqu'à ce que par le moyen de votre angle de 45 degrez, vous puiſſiez découvrir du point C. le ſommet A. de la tour & ſon pied B. *Je dis pour lors que ſi vous meſurez ſur le terrain*, BC. *qui ſera de* 100 *pieds, cette valeur ſera égale à la hauteur* BA. *de la tour que l'on vouloit connoitre*, parceque dans le triangle ABC. ayant un angle droit de 90 degrez au point B. & un angle de 45 degrez au point C. le troiſiéme angle A. ſera auſſi de 45 degrez, puiſque les trois enſemble en valent 180, *donc le côté* BC. *ſera égal à la hauteur de la tour* AB. *Ce problême eſt très-facile à concevoir, & fort commode dans beaucoup d'operations.*

V I.

Pour meſurer quelque hauteur BA. *d'une tour au pied de laquelle on peut approcher par le moyen d'un bâton. Fig.* 42. *pl.* XXX.

Il faut que ce bâton ait 10 ou 12 pieds de haut & qu'il ſoit bien droit, comme CE. & le planter bien perpendiculairement en un point tel que C. pris à volonté ſur le terrain, & éloigné de la tour d'environ 30, 40, ou 50 pieds plus ou moins ſelon le beſoin.

Il faut enſuite en ſe reculant chercher avec votre œil un point tel que D. d'où vous puiſſiez voir la hauteur de la tour A.

Digitized by Google

enſorte que votre rayon viſuel paſſe par le bout du bâton E. & marquer le point D. avec un piquet.

Meſurez enſuite la diſtance du point C. où eſt le bâton au point D. où étoit votre œil, & connoiſſant cette diſtance pour être de 20 pieds, faites cette annalogie ou regle de trois.

Si 20 pieds valeur de la ligne CD. donnent 10 pieds pour la hauteur du bâton CE. combien donneront 60 pieds valeur de toute la ligne BD. *l'on trouvera* 30 *pieds pour la hauteur de la tour* BA. *que l'on vouloit connoître, ainſi de tous autres exemples de cette nature, cette operation quoique mechanique a ſouvent ſon utilité.*

VII.

Pour connoître une hauteur inacceſſible AB. *qui eſt celle d'une tour par le moyen de deux bâtons. Fig.* 43 *pl.* XXX.

Prenez une baſe FC. à volonté, comme icy de 20 pieds plus ou moins ſelon le beſoin, & au point C. plantez un bâton bien perpendiculairement au moins de 5 pieds de hauteur, & au point F. plantez un autre bâton d'environ 8 ou 10 ou 12 pieds de hauteur.

Enſuite du point D. hauteur du petit bâton, le bas de la tour A. enſorte

que votre rayon visuel passant par le point H. du grand bâton, vous puissiez connoître que la portion FH. du grand bâton est de 4 pieds plus ou moins suivant l'operation.

Cette operation faite, du même point D. observez le sommet de la tour B. ensorte que le rayon visuel passant par le point G. du grand bâton, vous puissiez connoître que la portion HG. du grand bâton est de 3 pieds.

Cela étant fait, faites sur le papier une ligne ou base FC. divisée en 20 parties égales valant des pieds, élevez au point C. la perpendiculaire CD. de 5 pieds, & au point F. la perpendiculaire FK. au moins de 10. pieds.

Ensuite ayant prolongé la base FC. à volonté vers le point A. tirez la ligne DHA. ensorte que FH. ne soit que de 4 pieds, & que cette ligne aille couper la base prolongé au point A.

Du même point D. tirez une autre ligne DGB. ensorte que HG. ne soit que de 3 pieds, pour lors ayant élevé au point A. la perpendiculaire AB. qui coupera la ligne DGB. au point B. *je dis que si l'on mesure la ligne* AB. *sur la base connuë de* 20 *pieds* FC. *l'on connoitra la hauteur de la tour* AB. *& par la même raison l'on connoîtra aussi la valeur de la ligne totale* AFC.

VIII.

POur meſurer une hauteur acceſſible, comme AB. *qui eſt celle d'une piramide ou de quelque autre objet par le moyen de l'ombre lorſqu'il fait du ſoleil. Fig.* 45. *pl.* XXX.

Soit le rayon du ſoleil BC. & la longueur de l'ombre AC. plantez au point D. un bâton ou regle de 4 pieds de haut plus ou moins ſelon le beſoin, & obſervez dans le même moment, & ſans perdre le temps la valeur de l'ombre AC. que donne la tour, & la valeur de l'ombre DC. que donne le bâton.

Meſurez exactement la valeur de l'ombre AC. qui eſt icy de 20 pieds, & la valeur de l'ombre DC. qui eſt de 6 pieds, faites enſuite la regle de trois, & dites, ſi 6 pieds valeur de l'ombre CD. donnent 4 pieds de haut pour la hauteur du bâton DE. combien 20 pieds valeur de l'ombre CA. donneront-ils pour la hauteur de la tour AB. *on trouvera aſſez préciſément pour produit* 30 *pieds pour la hauteur* AB. *que l'on vouloit connoitre.*

IX.

POur meſurer une hauteur acceſſible ou inacceſſible, comme la hauteur AB. *d'une tour par reflexion, c'eſt-à-dire par les rayons reflechis*

du ſoleil. Fig. 44. pl. XXX.

Premier Cas.

Si la hauteur AB. eſt acceſſible, enſorte qu'on puiſſe approcher du pied de la tour B. ayez un petit baquet ou ſceau plein d'eau claire & bien calme, poſez-le en un point tel que C. d'où vous puiſſiez voir dans l'eau du baquet la hauteur A. de la tour, en obſervant que l'eau de ce baquet ſoit bien de niveau avec le terrain CB. qui aboutit au pied de la tour.

Cela étant fait, meſurez bien exactement la hauteur qui peut ſe trouver de votre œil à vos pieds, ou au point D. & ayant trouvé 4 pieds, meſurez enſuite la diſtance du point D. à l'endroit du baquet où vous avez vû le haut de la tour qui eſt au point C. & ayant trouvé 5 pieds, meſurez enfin la diſtance du baquet C. au pied de la tour B. qui ſera de 48 toiſes par ſuppoſition.

Ces trois termes étant connus, faites une regle de trois, & dites *ſi 5 pieds* diſtance du point D. au point C. donnent 4 *pieds* pour la hauteur DE. *combien* 48 *pieds* donneront-ils pour la hauteur BA. & l'on trouvera 64 *pieds* pour le quatriéme terme de cette proportion qui ſera la hauteur de la tour AB. que l'on vouloit connoître.

Digitized by Google

DEUXIE'ME CAS.

MAis si la hauteur BA. *étoit inacceſſible ; enſorte qu'on ne pût point connoitre la valeur de la ligne* CB. il faudroit après avoir connu la diſtance CD. de 5 pieds, ſe reculer à volonté juſqu'au point F. & meſurer la diſtance totale FC. qui ſera icy de 32 pieds.

Enſuite ſe reculer encore, juſques à ce que étant à un point tel que G. on puiſſe découvrir dans le même baquet la hauteur A. par le rayon de reflexion FH.

Cela étant fait, meſurez la diſtance du point G. au point F. qui ſe trouve icy de 3 pieds, & faites l'operation ſuivante.

Multipliez la valeur de la ligne totale FC. qui eſt de 32 toiſes par la hauteur DE. ou GH. que l'on a trouvé de 4 pieds, & ayant diviſé leur produit 128 par le nombre 2 qui eſt l'excez de la ligne CD. au-deſſus de la ligne FG. *l'on trouvera 64 pour le quatriéme terme inconnu, ou 64 pieds pour la hauteur de la tour* AB. *que l'on vouloit connoitre.*

On trouvera auſſi par le même principe la diſtance inacceſſible CB. Si l'on multiplie les deux lignes CF. de 32 pieds, & CD. de 5 pieds, & que l'on diviſe leur produit 160 par l'excez 2 de la ligne CD. ſur la ligne

FG. car le nombre 80 qui proviendra de cette operation ſera le quatriéme terme de cette proportion, *& ſera aſſez préciſément la valeur de la ligne* CB. *qu'on ne pouvoit meſurer.*

X.

POur meſurer quelque profondeur inacceſſible AC. *comme celle d'un puits, pourvû que ce puits ſoit vuide & qu'on en puiſſe voir le fond, ſans avoir beſoin de corde ni de chaîne. Fig.* 46 *pl.* XXX.

Meſurez le diametre de ce puits qui ſe trouve icy de 6 pieds AB. & connoiſſant la valeur de l'angle BAC. pour être droit, obſervez enſuite avec le demi cercle la valeur de l'angle BAD. formé par la ligne AB. l'argeur du puits, & par le rayon viſuel AD. qui conduit au fond de ce puits, qui ſera de 70 degrez.

Je dis pour lors que ſi vous faites ſur une ligne droite EA. diviſée en ſix parties égales valant des pieds, & qu'au point A. de cette ligne, vous formiez un angle de 70 degrez, dont le côté AE ſoit prolongé ſelon le beſoin, ſi à l'autre extrêmité B. de cette ligne vous y abaiſſiez une perpendiculaire BD. elle ira couper le côté AE. prolongé au point D. *ainſi en meſurant la ligne* BD. *ſur la ligne* AB. *de 6 pieds, on connoîtra par ſa valeur de 20 pieds, qui ſera la*

Digitized by Google

même que la profondeur du puits AC. *ou* BD.

XI.

Pour connoître quelque hauteur ou distance inaccessible par un calcul arithmetique tiré de la quarante-septiéme proposition du I. Livre des Elémens d'Euclide.

Soit la hauteur BA. supposée inaccessible & que l'on veut connoître. *Fig.* 47. *pl.* XXX.

Faites ensorte que cette ligne ou hauteur AB. puisse faire avec deux autres lignes un triangle rectangle ABC. dont vous puissiez connoître ou mesurer les deux côtez BC. AC.

Si le côté BC. est de 3 toises, & AC. de 5 toises, le quarré du côté AC. sera de 25 toises, & le quarré du côté BC. sera de 9.

Or, si du quarré AB. de 25 toises on en ôte le petit quarré de BC. qui est 9. *le reste 16 toises sera la valeur du quarré du côté ou de la perpendiculaire* BA. *dont la racine quarrée 4 toises sera la hauteur* BA.

I. Remarque.

SI l'on connoît la perpendiculaire AB. de 4 toises, & BC. de 3 toises, & qu'on voulut connoitre la ligne AC. supposée inaccessible, il seroit aisé de la connoître par

le même principe ; car le quarré de AB. étant de 16 toiſes, & le quarré de BC. de 9. les deux enſemble valent 25 toiſes. Cette valeur étant égale à celle du quarré du côté AC. ſi l'on prend la racine quarrée de ce nombre 25. *le nombre* 5 *ſera la valeur des toiſes du côté ou ligne* AC.

II. Remarque.

SI l'on connoiſſoit la hauteur AB. de 4 toiſes & l'hypotenuſe AC. de 5 toiſes, & qu'on voulut connoître la ligne BC. ſupoſée inacceſſible.

Il faudroit retrancher du quarré AC. 25 toiſes, le quarré AB. 16 toiſes *& le reſte* 9 *toiſes ſeroit le quarré de la ligne* BC. *dont la racine quarrée ſeroit* 3 *valeur du côté* BC.

Ce ſeul problême eſt ſeul ſuffiſant pour enſeigner la maniere de ſe ſervir de cette pratique, pour trouver quelque longueur ou hauteur inacceſſible, lorſque cette longueur ou hauteur peut être un des côtez d'un triangle rectangle.

De la hauteur des Aſtres.

QUoique la hauteur des Aſtres dépende de l'Aſtronomie, qui eſt une des parties des Mathématiques, dont nous ne par-

Digitized by Google

leront point ici à cauſe de ſon étenduë, & parcequ'elle ſuppoſe la connoiſſance de la Géographie, qui mérite un Traité particulier ; cependant parce que cette hauteur des Aſtres a beaucoup de raport à *l'Altimetrie*, qui eſt une des parties de cet article ; on a crû devoir donner en ce lieu quelques problêmes pratiques, pour trouver la hauteur de quelques Aſtres, comme celle des Etoiles, du Soleil & de la Lune, &c. qu'on a beſoin de connoître dans pluſieurs occaſions.

DE'FINITION.

ON entend par la hauteur d'un aſtre ſon élevation audeſſus de l'horiſon, & ſon complement, *ſa diſtance depuis ſon élevation audeſſus de l'horiſon juſqu'au zenit* ; ainſi la hauteur de l'aſtre F. eſt ſon élevation audeſſus de l'horiſon, depuis S. juſqu'à ce point F. & ſon complement eſt la diſtance qu'il y a du point de cet aſtre F. au point du zenit Z. *Fig.* 48. *pl.* XXX.

La hauteur méridienne d'un aſtre, *eſt lorſqu'elle paſſe au méridien*, laquelle eſt la plus grande de toutes les hauteurs ; elle ſe meſure & ſon complement auſſi dans le cercle méridien, ou dans l'arc du meridien, une

autre hauteur que la méridienne se mesure, & son complément dans l'arc du vertical qui passe par l'astre, parceque les verticaux sont perpendiculaires à l'horison.

C'est pourquoi la hauteur du pôle se mesure aussi dans l'arc AN. du meridien depuis le pôle jusqu'à l'horison, & son complément est AZ. jusqu'au point du Zenit Z.

On appelle le Zenit le point Z. *du meridien, qui est directement audessus de notre tête, & le nadir le point.* &. *du même meridien opposé au point du Zenit.*

La hauteur d'un astre est vraye ou apparente; on appelle la vraye hauteur d'un astre *son élevation audessus de l'horison rationel*, & la hauteur apparente, *celle qui nous paroit sur l'horison sensible.*

Quand on mesure la hauteur des astres, on peut prendre pour rayon de l'horison *toute ligne parallele à l'horison, ou qui est perpendiculaire sur la ligne verticale tirée du Zenit* Z. *au nadir.* &.

Remarque.

On peut prendre la hauteur des astres par le moyen de plusieurs instrumens, comme par le moyen de l'astrolabe, de l'anneau astronomique, du demi cercle, du quart de cercle, du demi quart de cercle, de l'arbalestrille & du quartier anglois, ainsi qu'on le verra ci-après.

PROBLEMES.

I.

POur meſurer la diſtance de la terre à la lune. Fig. 50. pl. XXXI.

1°. Imaginez un grand cercle K. repréſentant un meridien du firmament ; un moyen cercle L. repréſentant le cours de la lune B. & un troiſiéme petit cercle ou globe repréſentant la terre A. dont ce point ſoit le centre, tous les trois cercles correſpondant l'un à l'autre, c'eſt-à-dire, étant ſur un même plan.

2°. Supoſez deux obſervateurs, dont l'un ſoit au point C. repréſentant un point du meridien terreſtre directement poſé ſous l'équateur, & l'autre ſoit au point D. repréſentant un ſecond point du même meridien, & que la diſtance du point D. au point C. ſoit connuë, comme ici de 49 degrez.

Il faut que ces deux obſervateurs obſervent exactement & regulierement, & dans le même tems (chacun dans ſon lieu) le corps de la lune B. *au moment qu'elle paſſe par leur meridien* L. *ou* K. *afin qu'ils puiſſent ſe communiquer leur obſervations.*

3°. Supoſez que celui qui eſt ſitué au

point C. ſous l'équateur ait obſervé à un tel jour, même heure, même minute & même inſtant, que la lune s'étoit trouvée préciſement audeſſus de ſa tête, c'eſt-à-dire, ayant le centre ſur ſon zenit, & que l'autre obſervateur qui eſt ſitué au point D. ait obſervé le même jour, à la même heure, à la même minute & dans le même inſtant la valeur de l'angle HDB. formé par le rayon viſuel DH. qui repréſente l'horiſon, & par le rayon viſuel DB. repréſentant l'élevation de la lune B. audeſſus de l'horiſon GDH.

Pour lors au moyen de l'opération faite par les deux obſervateurs, l'on aura le triangle BDA. compoſé des deux rayons viſuels DB. & CB. & de deux rayons ou demi diamettres de la terre DA. CA.

Or, dans ce triangle l'on connoît l'angle DAC. ou DAB. de 44 degrez, puiſqu'il eſt meſuré par l'arc DC.

L'on connoît auſſi l'angle BDA. qui eſt compoſé de l'angle droit HDA. & de l'angle obſervé HDB. & par conſéquent l'on connoîtra auſſi le troiſiéme angle ABD.

Tout cela étant connu, on connoîtra tout le reſte du triangle *par les tables des ſinus; ainſi qu'on l'a ſuffiſemment enſeigné:* car comme le ſinus de l'angle ABD. eſt au côté AD. que l'on ſçait être de 1431 lieuës;

ainſi le ſinus de l'angle DAB. eſt au côté DB. qui eſt la diſtance du point D. à la lune B.

II.

Pour meſurer la diſtance de la terre au ſoleil. Fig. 52. pl. XXXI.

La difficulté qu'il y a de meſurer la diſtance de la terre au ſoleil eſt ſi grande, tant par raport à ſon grand éloignement à ſon peu de paralaxe, qu'à ſon mouvement perpetuel, ou à celui de la terre, qu'on eſt obligé d'avoir recours à la méthode ſuivante.

Il faut donc qu'un obſervateur qui ſeroit ſitué au point B. ſur la terre, choiſit le tems que la lune C. fût préciſement pleine; enſorte que le rayon partant du ſoleil A. pour éclairer la lune, fit néceſſairement un angle droit avec le rayon BC. qui allant juſqu'en D. ſuivroit la ligne CD. qui ſépare l'ombre de la lumiere dans la lune; il faudroit auſſi que dans le même inſtant il obſervât avec un bon inſtrument l'angle CBA. formé par le rayon viſuel BCD. de la terre à la lune, & le rayon viſuel BA. de la terre au ſoleil.

Pour lors cette obſervation donneroit un triangle rectangle BCA. dont on connoîtroit l'angle droit au point E, & l'angle en B.

Digitized by Google

avec le côté BE. compris entre les deux angles, lequel eſt la diſtance de la terre à la lune (qu'on a pû connoître auparavant) ainſi comme le ſinus de l'angle BAC. eſt à BC. de même le ſinus de l'angle droit eſt à BA. diſtance de la terre au ſoleil.

III.

AFin de ne rien oublier de ce qui peut contenter la curioſité, *on donnera encore ici une maniere de trouver la hauteur des étoiles ou des planetes*; ainſi pour meſurer la diſtance de la terre à Jupiter, il faut ſupoſer que l'on ſçache le tems qu'un des Satellites de Jupiter employe à faire ſa révolution autour de cette planete. *Fig.* 53. *pl.* XXXI.

Supoſez par exemple que le ſatellite B. employe 24 heures à décrire le petit cercle ponctué autour de Jupiter A.

Supoſez auſſi qu'un obſervateur ſoit ſitué ſur la terre au point D. & qu'il obſerve le moment que le ſatellite B. eſt éclipſé à ſon égard par le corps de Jupiter, c'eſt-à-dire, que les points D. A. B. ſoient en une même ligne droite.

Supoſez en troiſiéme lieu, qu'il obſerve le moment auquel ce même ſatellite par ſon mouvement propre, avançant vers E. perdra ſa lumiere en entrant dans l'ombre

que forme le corps de Jupiter au point E. où il intercepte les rayons du soleil au point C. c'eſt-à-dire, qu'il obſerve le moment où les points C. A. E. ſont dans une même ligne droite.

Cela étant ainſi, puiſque le ſatellite employe 42 heures à faire ſon tour, ſçachant le tems qu'il a employé depuis B. juſqu'en E. on ſçaura la grandeur de l'arc BE.

Or, ſupoſez qu'il y ait employé 6 heures, l'arc BE. ſera la ſeptiéme partie de la circonférence, comme 6 heures ſont la ſeptiéme partie de 42.

Ainſi dans le triangle ACD. on connoîtra l'angle CAD. oppoſé au ſommet, à l'angle BAE. que l'obſervateur a connu par ſon obſervation, & ayant meſuré l'angle ADC. qui eſt la diſtance en degrez du centre du ſoleil C. au centre de Jupiter A. donc le troiſiéme angle ſera connu; d'ailleur on connoît le côté DC. diſtance de la terre au ſoleil; donc on connoîtra tout le reſte, c'eſt-à-dire, DA. diſtance de la terre à Jupiter, & même AC. diſtance de Jupiter au ſoleil.

IV.

Pour prendre la hauteur d'un aſtre, comme le ſoleil, audeſſus de l'horiſon, & ſon complement ou diſtance au zenit par le moyen de

l'aſtrolabe. Figure 49. *planche* XXX.

L'ASTROLABLE n'eſt autre choſe qu'un cercle ou anneau de cuivre ou d'autre métail ABCD. dont chaque quart de cercle eſt diviſé en 90 degrez : il y a une alidade mobile FG. ſur le centre E. portant deux pinules à ſes extrêmitez F & G. leſquelles ſont percées par un petit trou, par lequel on fait paſſer le rayon du ſoleil.

PRATIQUE.

SOit le ſoleil au point K. dont on veut connoître la hauteur, ſuſpendez l'aſtrolabe par la boucle A. afin que ſon diametre AB. ſoit vertical, & ſon diametre CD. ſoit horiſontal.

Tournez ſon côté vers l'aſtre ou ſoleil K. en hauſſant l'un des bouts de l'alidade F. juſqu'à ce que le rayon de l'aſtre paſſe par les deux pinules F & G.

Alors l'alidade marquera par ſon extrêmité F. ſur l'aſtrolabe les degrez de la hauteur de l'aſtre, depuis le point C. de l'horiſon, juſqu'au point du meridien F. compris entre le rayon horiſontal EC. & le rayon de l'aſtre EF. parceque cet inſtrument repréſente un vertical, tel qu'eſt le meridien.

Digitized by Google

REMARQUE.

CEt instrument est commode & fort démonstratif ; mais il est defectueux en ce qu'il est trop petit, & qu'on ne peut point s'en servir sur mer à cause du mouvement des Vaisseaux.

V.

POur observer la hauteur du soleil, par le moyen de l'anneau astronomique. Fig. 51. pl. XXXI.

L'ANNEAU ASTRONOMIQUE est un cercle de cuivre, un peu large & sans alidade ; il y a un petit trou au point C. qui traverse l'anneau parallelement à son plan ; ce trou est éloigné de 45 degrez du suspensoir ou anneau B.

On fait servir ce point C. ou trou pour centre d'un quart de cercle DE. divisé en 90 degrez, duquel l'un des rayons CE. est parallele au diametre vertical BH. tiré du suspensoir B. & un autre rayon horisontal CD. perpendiculaire au même diametre BH. ensuite on a tiré des rayons du point C. à tous les degrez du quart de cercle DE. lesquels marquent les degrez dans la superficie intérieure de l'instrument depuis F. jusqu'en G. Cette construction doit premierement être faite sur un plan, & puis

Digitized by Google

être portée dans le fond de l'instrument pour avoir les degrez FHC.

PRATIQUE.

SOit la hauteur du soleil au point K. prenez l'anneau par la boucle B. & tournez-le vers le soleil enforte que son rayon passant par le trou C. aille marquer au fond de l'anneau les degrez de la hauteur du soleil, depuis F. jusqu'en I. c'est-à-dire, entre le rayon horisontal CF. & le rayon de l'astre CI. & la partie IHG. marquera sa distance au zenit entre le rayon CI. de l'astre, & le rayon vertical CG.

Ces observations sont plus exactes qu'avec l'astrolabe, parcequ'à proportion de leur grandeur, les degrez de l'anneau sont plus grands que ceux de l'astrolabe.

VI.

POur trouver la hauteur du soleil avec un quart de cercle gradué en 90 degrez, ayant deux pinules A *&* B. *sur l'un de ses rayons* AB, *& un fil avec un plomb* AC. *attaché à son centre* A. *Fig. 54 pl.* XXXI.

Il faut tourner le quart de cercle vers l'astre ou soleil D. de maniere que son rayon DAB. passe par les deux pinules A & B. alors le fil à plomb qui doit toucher librement les degrez du quart de cercle

BCE. *marquera en* C. *les degrez de la hauteur du ſoleil, depuis* C. *juſqu'en* E. *& ſon complement depuis* C. *juſqu'en* B.

I. Remarque.

On peut également trouver la hauteur du ſoleil par le moyen d'un demi quart de cercle en la maniere ſuivante. Fig. 55 pl. XXXI.

1°. Si le ſoleil eſt en E. & en une hauteur moindre que 45 degrez, il faut faire paſſer ſon rayon par les pinules D & B. & pour lors le fil à plomb touchant les degrez entre B & C. marquera la hauteur du ſoleil en G. car ſi le ſoleil E. étoit dans l'horizon, ſon rayon paſſant par les pinules D & B. ſeroit horizontal, & le rayon AC. ſeroit vertical, & le fil à plomb paſſant par le point C. ne marqueroit aucune hauteur, mais autant de degrez qu'on éleveroit la pinule D. en abaiſſant la pinule B. pour recevoir le rayon du ſoleil, ce qui ne pourra ſe faire ſans que le fil à plomb ſe recule du point C. en s'approchant du point B. d'autant de degrez que le ſoleil paſſera 45 degrez de hauteur.

Il faut obſerver que la pinule D. *du demi quart de cercle doit être placé de telle ſorte, que* BD. *ſoit perpendiculaire ſur le rayon* AC. *& par conſequent la pinule* D. *doit être mouvante le long du rayon* AC.

II. Remarque.

ON peut auſſi prendre la hauteur du ſoleil par le moyen d'un inſtrument triangulaire portatif, en ce que il peut ſe plier commodément, & dont la conſtruction ſe fait ainſi. *Fig.* 56 *pl. XXXI.*

Faites un triangle iſocelle ABC. rectangle en C. avec trois regles de bois qui s'ajuſtent enſemble par leurs extrêmitez avec des vis, pour lors ce triangle ſera entierement ſemblable au triangle ABD. de la figure 35. après l'on diviſera le côté BC. en degrez & minutes, par le moyen d'un demi quart de cercle BE. gradué en ces 45 degrez & l'inſtrument étant fini on s'en ſervira pour prendre la hauteur du ſoleil, de la même maniere qu'avec le demi quart de cercle; & plus cet inſtrument eſt grand, meilleur il eſt.

VII.

POur obſerver la hauteur du ſoleil ſur la mer par le moyen d'un inſtrument appellé l'arbaleſtrille, dont la figure 58 *en fait voir icy la conſtruction. Fig.* 58 *pl.* XXXII.

1°. Il faut, après avoir paſſé le marteau DC. dans la fleche AB. du côté de ſa face platte, & vers le bout de l'œil A. (c'eſt ainſi qu'on appelle le bout de la fléche en

ce point) appuyer le même bout à côté de l'œil, & regarder l'horiſon ſenſible par le bout d'en bas D. du marteau DC. ſuivant le rayon horiſontal ADF. il faut faire gliſſer le marteau DC. le long de la fléche AB. en l'approchant ou le reculant de l'œil, juſqu'à ce que l'on voie l'aſtre ou le ſoleil K. par le bout d'en haut C. du marteau, *& alors ce marteau marquera au point* E. *ſur la fléche les degrez de la hauteur du ſoleil ſur la colomne qui va en augmentant vers* 90 *degrez, ou vers le bout de l'œil* A. & il marquera auſſi vis-à-vis le complement de ſa hauteur dans l'autre colomne qui va en diminuant vers le même bout de l'œil A.

Remarquez qu'il faut que la fléche AB. *ſoit bien diviſée par ſes quatre faces en degrez & minutes, & en deux colomnes, pour pouvoir y trouver les hauteurs des aſtres & leurs complémens.*

Remarquez auſſi qu'il faut appuyer contre l'œil un petit morceau de verre rouge ou bleu pour ſe conſerver la vûë des rayons du ſoleil, ou d'un autre aſtre trop brillant.

2°. Si l'on veut obſerver la hauteur des aſtres par derriere, il faut premierement ajuſter le plat du marteau dans le bout de la fléche, de ſorte que le tout ſoit à l'uni. *Fig.* 59. *pl.* XXXII.

Enſuite l'on paſſera dans la fléche le plus

petit des quatre marteaux qui a une petite traverſe M. ſon côté plat auſſi vers le bout A. & l'on ajoutera une petite viſiere ou pinule au bout D. du bas du marteau DC.

L'Arbaleſtrille étant ainſi préparée, comme le montre *la figure 59 pl.* XXXII. il faut tourner le dos vers l'aſtre ou ſoleil K. & regarder l'horiſon ſenſible par la viſiere D. & par-deſſous la traverſe M. du petit marteau, & en regardant ainſi l'horiſon par le rayon viſuel DM. on approchera ou l'on reculera ce petit marteau juſqu'à ce que l'ombre du bout C. du grand marteau ſe termine ſur la traverſe du petit marteau M. à l'endroit qui répond au milieu de la groſſeur de la fléche, *alors le petit marteau marquera ſur la fléche les degrez de la hauteur du ſoleil.*

Cette maniere eſt préférable à la premiere, parce que l'œil n'a qu'un ſeul rayon horiſontal à obſerver au lieu de deux, & parcequ'elle eſt plus juſte que la précédente, & moins incommode à cauſe des rayons du ſoleil.

VIII.

POur obſerver la hauteur des aſtres par le moyen du quartier Anglois. Fig. 60. pl. XXXII.

Le quartier Anglois n'eſt autre choſe qu'un quart de cercle ABCDE. meſuré par

deux arcs BC. DE. de deux différents cercles,& ces deux arcs ſont complément l'un de l'autre.

L'arc BC. eſt de 30 degrez, diviſé par degrez & minutes au moins de 10 en 10 minutes, & l'arc DE. de 60 degrez; ces deux arcs ont un même centre en A. le grand rayon AB. eſt d'environ 2 pieds, & le petit AD. poura être d'un pied.

Il faut de plus à cet inſtrument trois petits marteaux, l'un que l'on place dans toutes les obſervations au centre A. l'autre comme F. pour gliſſer ſur l'arc BC. & le troiſiéme comme G. pour être placé ſur tel degré que l'on veut de l'arc DE.

Le premier A. de ces marteaux doit avoir une viſiere à peu près de la longueur d'une épingle le long du marteau, & le ſecond F. doit avoir ſeulement un petit trou pour l'enfoncer ſur la verge BA. juſqu'au centre A. & les deux autres marteaux F & G. doivent avoir des entailles pour entrer ſur les arcs BC. DF. afin de gliſſer juſtement & doucement deſſus, c'eſt pourquoy ces arcs doivent être par tout de même groſſeur.

PRATIQUE.

POur obſerver donc la hauteur du ſoleil H. *par le moyen du quartier Anglois Fig.* 60, *pl.* XXXII.

Digitized by Google

Il faut premierement ajuſter le marteau A. ſur le centre, & le marteau G. ſur tel degré qu'on voudra de l'arc DE. pourvû toutefois que la partie GD. avec les 30 degrez de l'arc BC. ſoient du moins auſſi grand que la hauteur de l'aſtre H.

Après cela on tournera le dos vers l'aſtre H. & l'on hauſſera ou l'on abaiſſera le marteau F. en le faiſſant gliſſer ſur l'arc BC. juſqu'à ce qu'en regardant l'horiſon ſenſible par les deux pinules ou viſieres F & A. enſorte que le rayon du ſoleil H. paſſant par deſſous le marteau G. tombe ſur la pinule A. *& alors la ſomme des deux arcs* BF. DG. *ſera la hauteur de l'aſtre ou ſoleil* H. *& la ſomme des deux arcs de reſte* CF. EG. *ſera le complément de ſa hauteur ou de ſa diſtance au zenit.*

On pourroit prendre auſſi la hauteur des aſtres pardevant, au moyen du même inſtrument, mais plus difficilement & avec moins d'exactitude.

IX.

Pour obſerver la hauteur des aſtres par le moyen d'un demi cercle. Fig. 57 pl. XXXI.

1°. Si l'on prend la hauteur d'un aſtre, comme du ſoleil E. pardevant, il faut appliquer l'œil en A. & regarder l'horiſon par les pinules A & B. ajuſtées le long du diametre, & hauſſer ou abaiſſer la pinule

C. gliſſant ſur les degrez de l'inſtrument, juſqu'à ce que le rayon de l'aſtre paſſe par cette pinule pour venir à l'œil au point A. *alors les degrez de* B *en* C. *marqueront la hauteur de l'aſtre ou du ſoleil* E.

2°. Si l'on vouloit prendre la hauteur de l'aſtre par derriere, il faudroit mettre l'œil en B. & tourner le dos à l'aſtre en regardant l'horiſon par les pinules B & A. & en hauſſant ou baiſſant la pinule C. enſorte que le rayon du ſoleil paſſant par cette pinule, tombe ſur la pinule A. *alors l'arc* BC. *marquera comme cy-devant la hauteur de l'aſtre ou du ſoleil* A.

Remarque.

Après avoir parlé *de la hauteur des aſtres*, qui eſt une partie de la Trigonometrie ſpherique, il ne ſera pas hors de propos *de donner icy une idée generale des zones, des climats, des latitudes & des longitudes des lieux ſur la terre*, qui y ont auſſi beaucoup de raport.

Des Zones.

Toute la ſurface de la terre, ſelon les Autheurs, eſt ſéparée en cinq bandes, *appellées les cinq zones.*

1°. La partie de la terre renfermée entre les deux tropiques GH. IL. s'appelle *la Zone torride ou brûlée*, parce que le soleil ne sort point de dessus cette zone, qui a l'équateur EO. dans son milieu; elle a 46 degrez 58 minutes de largeur, qui est la distance d'un tropique à l'autre. *Fig.* 61 *pl.* XXXII.

2°. Les deux parties de la surface de la terre renfermée dans les cercles polaires, s'appellent *les deux Zones froides ou glaciales*, à cause que les rayons du soleil, outre qu'ils sont long temps sans donner sur ces zones, quand ils viennent à y donner, ils ne sont que parelleles à ces surfaces.

L'une de ces zones est *septentrionale*, comme MNP. & l'autre *meridionale*, comme QSR & elles ont chacune 46 degrez 58 minutes de diametre.

3°. Les deux parties de la surface de la terre renfermées chacune entre un tropique & un cercle polaire, c'est-à-dire entre la zone torride & l'une des froides, s'appelle *zone temperée*; l'une est *septentrionale*, comme GHMP. & l'autre est *meridionale*, comme ILQR. elles ont chacune 43 degrez 2 minutes de largeur.

4°. Enfin, les quatre points E. O: S. N. marquez sur le globe terrestre, sont appellez,

Digitized by Google

Sçavoir le point E. l'EST ou *orient*, c'eſt-à-dire le côté par où le ſoleil ſe leve.

Le point O. l'OUEST ou *occident*, c'eſt-à-dire le côté par où le ſoleil ſe couche.

Le point S. s'appelle SUD, c'eſt-à-dire l'endroit où le ſoleil ſe trouve en plein midy.

Le point N. s'appelle NORD, c'eſt-à-dire l'endroit diametralement oppoſé au midy.

Le point N. porte auſſi le nom de *pole arctique*, & le point S. celui *de pole antartique*.

5°. Il eſt encore bon de ſçavoir que la partie du globe terreſtre ONE. compriſe entre l'équateur EO. & le pole arctique s'appelle *hemiſphere ſuperieur*, & la partie ESO. compriſe entre le même équateur & le pole entartique, *hemiſphere inferieur*.

6°. Les cercles marquez ſur le globe terreſtre qui vont d'un pole à l'autre, comme NOSE. portent le nom de *meridiens*, ainſi l'on peut aiſément comprendre qu'il y a autant de meridien, qu'il y a de point ſur l'équateur terreſtre.

Les cercles qui coupent les meridiens terreſtres, comme HDG. LI. &c. ſont apellez *paralleles à l'équateur*.

Les latitudes des lieux ſe prennent ſur les cercles meridiens, ou ſur le grand meri-

Digitized by Google

dien même, & *les longitudes* se prennent sur les cercles paralleles à l'équateur, ou sur l'équateur même, ainsi qu'on le verra cy-après.

Des Climats.

ON appelle *Climats*, une bande sur la terre en forme de zone, parallele à l'équateur OE. comme seroit par exemple l'espace compris entre les deux paralleles VT. AD. *Fig.* 61. *pl.* XXXII; ainsi il y a plusieurs climats dans la largeur de chaque zone.

La largeur de chacun climat est reglée par l'augmentation ou plus grand jour d'Eté, d'une demi-heure audessus de 12 heures, c'est-à-dire, que le plus grand jour d'Eté, est plus grand d'une demi-heure à la fin d'un climat, qu'à son commencement.

Le premier climat commence à l'équateur, & tous les autres s'entre-succedent jusqu'à chacun des deux pôles, desorte que le jour ayant 12 heures sous l'équateur, le grand jour d'Eté aura donc à la fin *de chaque climat* 12 heures $\frac{1}{2}$, à la fin du *second climat* 13 heures, *à la fin du troisiéme* 13 heures $\frac{1}{2}$, à la fin *du quatriéme*

14 heures, à la fin *du ſixiéme* 15 heures, à la fin *du huitiéme* 16 heures ; & ainſi de ſuite en augmentant d'une heure par deux climats, & parceque le grand jour d'Eté eſt de 24 heures ſous l'équateur, les 12 heures valent 24 climats, *c'eſt-à-dire, que le vingt-quatriéme climat finit ſous le cercle pôlaire, tant du côté du Nord, que du côté du Sud.*

L'on compte encore *ſix autres climats*, depuis chacun cercle pôlaire, juſqu'à chacun des pôles ; *le premier*, finit par la latitude ou le jour eſt d'un mois ; *le ſecond*, finit où le jour a 2 mois ; *le troiſiéme*, finit où le jour a 3 mois ; *le quatriéme*, où il y a 4 mois ; *le cinquiéme*, où il y a 5 mois ; & enfin *le ſixiéme* & dernier finit ſous le pôle où le jour a 6 mois ; & ainſi *il y a* 30 *climats* dans la partie du Nord ONE. & autant dans la partie du Sud OSE. depuis l'équateur, juſqu'à chacun des pôles ; *de ſorte que toute la ſurface de la terre eſt compriſe en* 60 *climats.*

Il ſuit de tout cela que connoiſſant le nombre des climats, auquel eſt ſitué un lieu, on connoît auſſi la longueur du plus grand jour de ce lieu en Eté, en augmentant 12 heures d'une demi-heure pour chaque climat ; & au contraire connoiſſant la longueur du plus grand jour d'Eté, l'on

Digitized by Google

connoît par quel climat on eſt, en prenant un climat pour chacune demi-heure.

L'on connoît par la même raiſon l'heure du lever & du coucher du ſoleil au plus grand jour d'Eté par chacun climat, parceque le ſoleil ſe leve autant de quart d'heures devant ſix heures, comme il y a des climats, & ces climats étant réduits en degrez, à 3 degrez 45 minutes pour chacun quart d'heures ou 15 degrez pour chacune heure, eſt ce que nous appellerons le complément de l'heure du lever du ſoleil.

PROBLEME.

TRouver la latitude par laquelle finit un climat.

Faites cette regle de proportion, comme le ſinus du complément de l'heure du lever du ſoleil eſt au ſinus total; ainſi la tangente de la plus grande déclinaiſon du ſoleil, eſt à la tangente du complément de la hauteur du pôle ou la latitude de la fin du climat, & c'eſt de cette maniere qu'on a fait la table ci-après des climats, dans laquelle la latitude de chacun climat eſt marquée vis-à-vis de ce climat.

Cette propoſition ſe trouve par la réſolution du triangle ſpherique LIG. *Fig.* 64. *pl.* XXXII. car ſi A. l'un des poles du monde CGD. l'équateur NGS. l'horiſon ALI. le cercle

horaire du lever du ſoleil dans ſa plus grande déclinaiſon, le côté GI. du triangle GIL. eſt connu, étant le complement de l'arc ſemi-nocturne ID. ou de l'heure du lever du ſoleil, & le côté LI. eſt auſſi connu, étant la plus grande obliquité, ou la plus grande déclinaiſon du ſoleil, *on trouvera donc par la regle de trois propoſée l'angle* IGL. *complement de la latitude requiſe.*

TABLE DES LATITUDES DES CLIMATS.

climats,	latitudes.		climats,	latitudes.	
	degrez, minutes.			*degrez, minutes.*	
1	8	34	13	59	59
2	16	43	14	61	18
3	24	11	15	62	25
4	30	47	16	63	21
5	36	30	17	64	9
6	41	22	18	64	49
7	45	31	19	65	21
8	49	1	20	65	47
9	51	58	21	66	7
10	54	29	22	66	20
11	56	37	23	66	28
12	58	26	24	66	31

Digitized by Google

De la latitude des lieux ſur la Terre.

L'On appelle *la latitude d'un lieu*, comme A. ſur la terre, ou ſur la mer la diſtance AB. depuis l'équateur terreſtre EO. juſqu'à ce lieu. *Fig. 61. pl.* XXXII.

Les latitudes ſont de deux ſortes, elles ſont *Nord* aux lieux qui ſont dans la partie du nord, ou dans l'hemiſphere ſuperieur, comme A. & elles ſont *Sud*, pour les lieux qui ſont dans la partie du ſud, ou dans l'hemiſphere inférieur, comme F.

La latitude d'un lieu comme A. ſe meſure ſur l'arc du meridien terreſtre AB. compris entre ce lieu & l'équateur terreſtre EO. & *ſon complement* eſt ſa diſtance AN. juſqu'au pole, ainſi les plus grandes latitudes ne peuvent paſſer 90 *degrez.*

Tous les lieux A *&* D. *qui ſont ſur un même parallele* ont une même latitude, étant également éloignez de l'équateur; ils ont auſſi par conſéquent les jours d'une même longueur ſur tout ce parallele, parce qu'ils ont la ſphere également oblique.

Enfin la latitude d'une Ville ſur la terre eſt à l'égard de l'équateur terreſtre ce que

Digitized by Google

la déclinaiſon d'un aſtre dans le ciel eſt à l'équateur celeſte.

La latitude d'un lieu ſur la terre eſt égale en degrez à deux choſes dans le ciel ; ſçavoir à la diſtance du zenit de ce lieu, juſqu'à l'équateur celeſte en C. *Fig. 62. pl. XXXII.* & à l'élevation du pole PN. au-deſſus de l'horiſon.

Ainſi celui qui n'auroit point de latitude auroit ſon zenit dans l'équateur, & les deux poles dans l'horiſon, mais celui qui ſeroit en A. éloigné de l'équateur terreſtre BD. par exemple de 30 degrez ſon zenit Z. ſeroit auſſi éloigné de pareil nombre de degrez du point C. dans l'équateur celeſte, & en même temps ſon horiſon SN. ſeroit autant abaiſſé au-deſſous du pole, depuis P juſqu'en N. ce qui donne les moyens ſuivants.

La raiſon de l'égalité de ſes trois choſes eſt évidente ; car puiſque notre zenit eſt un point du ciel qui répond ſur notre tête, lequel eſt toûjours éloigné de 90 degrez de l'horiſon rationel, à meſure que nous changeons de lieu ſur la terre, notre zenit & notre horiſon rationel changent également de degrez dans le ciel.

Pour trouver la latitude d'un lieu ſur la terre, il ſuffit donc de trouver la diſtance de ſon zenit juſqu'à l'équateur, ou bien l'élevation

tion du pole au-dessus de son horison, ce qui se trouve par le moyen des hauteurs des astres, ou de leurs complements, & par le moyen des déclinaisons de ces astres, & de leurs complements.

Probleme.

Pour trouver la latitude d'un lieu par la distance de son zenit Z. jusqu'à l'équateur A. par le moyen des astres lorsqu'ils passent au meridien. Fig. 63. pl. XXXII.

Premier Cas.

Lorsque l'astre C. est entre le zenit Z. & l'équateur A. l'arbalestrille ou autre instrument donne la distance de l'astre C. au zenit Z. qui est le complement de la hauteur, mais c'est trop peu, il faut y ajouter la déclinaison de l'astre qui est sa distance CA. jusqu'à l'équateur, ces deux choses CZ. CA. font ensemble ZA. distance du zenit à l'équateur qui est la latitude.

Exemple.

Si on trouve le soleil C. lorsqu'il est au meridien A. 30 degrez éloigné du zenit Z. & qu'on trouve ce jour-là sa déclinaison de 15 degrez pour CA. les deux ensemble font 45 degrez pour ZA. ou pour la latitude.

L'on connoîtra donc que le ſoleil C. ſera entre le zenit Z. & l'équateur A. en ce que la déclinaiſon du ſoleil ſera du même côté que la latitude, & que la déclinaiſon ſera la moindre, ce qui arrive depuis l'équinoxe du Printems juſqu'à celui de l'Automne, qu'on ſoit dans la partie du Nord, où dans la partie du Sud.

Second Cas.

Lorſque l'équateur A. eſt entre l'aſtre D. & le zenit Z. il faut de la diſtance de l'aſtre au zenit DZ. en retrancher la déclinaiſon DA. le reſte AZ. ſera la latitude requiſe. *Fig. 63 pl.* XXXII.

Exemple.

LA diſtance DZ. étant trouvée de 50 degrez, & la déclinaiſon 10 degrez pour DA. ces 10 degrez étant retranchez de 50 il reſtera 40 degrez pour la latitude.

Ce ſecond cas arrive depuis l'équinoxe d'Automne, juſqu'à celui du Printems, lorſque le ſoleil & la latitude ſont de differente dénomination.

Troisiéme Cas.

Lorſque le zenit Z. eſt entre l'équateur A. & l'aſtre E. il faut de la déclinaiſon de l'aſtre AE. en retrancher ſa diſtance EZ. au

zenit, il reſtera la diſtance ZA. pour la latitude requiſe.

Ce troiſiéme cas arrive, lorſque la déclinaiſon du ſoleil eſt de même côté que la latitude, & que la déclinaiſon eſt la plus grande.

Exemple.

Supposez que le 21 de Juin l'on trouve le ſoleil E. éloigné de 10 degrez du zenit Z. dans la partie du Nord, & que ce jour-là l'on trouve auſſi 23 degrez 29 minutes de déclinaiſon auſſi Nord pour la diſtance EA. deſquels on en ſouſtrait les 10 degrez, il reſtera 13 degrez 29 minutes pour la diſtance ZA. ou pour la latitude.

Quatriéme Cas.

Lorſqu'un aſtre ne ſe couche point à cauſe de l'obliquité de la ſphere, elle ſe trouve à deux hauteurs inégales 12 heures l'une après l'autre, ſi l'on s'en veut ſervir dans ſa plus grande hauteur pour trouver la diſtance du zenit à l'équateur, il arrivera comme au premier cas, ou comme au troiſiéme.

Mais ſi l'aſtre eſt dans ſa moindre hauteur, comme en F. il faut à ſa diſtance au zenit FZ. (qu'on trouve avec les inſtruments) y ajouter ſa déclinaiſon FB. &

ôter la ſomme BZ. de 180 degrez moitié du meridien BZA. & le reſte ZA. ſera la moindre diſtance du zenit à l'équateur, ou la latitude requiſe.

Exemple.

SI l'on trouve la diſtance d'une étoile F. au zenit Z. de 50 degrez, & la déclinaiſon FB. de 80 degrez, la ſomme ſera 130 degrez pour BZ. leſquels étant ôtez du demi cercle BZA. 180 degrez, il reſtera 50 degrez pour ZA. ou pour la latitude demandée.

Cinquiéme Cas.

QUand, par l'obliquité de la ſphere, le ſoleil ne ſe couche point, trouver ſa déclinaiſon & ſa diſtance du zenit à l'équateur, égal à la latitude par les deux hauteurs meridiennes du ſoleil.

Il faut prendre la moitié de la ſomme des deux hauteurs meridiennes du ſoleil, & on aura ſa déclinaiſon qu'il faut ajouter à ſa moindre diſtance au zenit, & on aura la diſtance du zenit à l'équateur égale à la latitude.

Probleme.

POur trouver la latitude par la hauteur du pole PN, *au-deſſus de l'horiſon* NS, *par le*

Digitized by Google

moyen des étoilles E. *&* F. *qui ſont proche du pole étant à leur hauteur meridienne. Fig.* 63. *pl.* XXXII.

1°. Lorſque l'aſtre E. eſt au meridien au-deſſus du pole P. il faut de ſa hauteur NE. trouvée par les inſtruments, ôter EP. complement de la déclinaiſon, *&* *le reſte* PN. *ſera la hauteur du pole, ou la latitude.*

2°. Si l'aſtre F. eſt au meridien au-deſſous du pole P. il faut à ſa hauteur NF. ajouter le complement de ſa déclinaiſon FP. *&* *la ſomme* NP. *ſera la hauteur du pole, ou la latitude.*

3°. Si l'on n'a point de table aſtronomique de la déclinaiſon de cet aſtre, il faut ajouter enſemble les deux hauteurs meridiennes NE. NF. de ce même aſtre, priſes ſéparément 12 heures l'une après l'autre, *&* *prendre la moitié de la ſomme, on aura la hauteur du pole* NP.

Trouver la latitude d'un lieu ſur les globes, ou ſur les cartes, tant geographiques qu'hydrographiques, il faut conduire le parallele de ce lieu juſqu'au meridien gradué, *&* *le point de rencontre montrera les degrez de la latitude de ce lieu.*

De la longitude des lieux sur la terre.

LA LONGITUDE *d'un lieu sur la terre ou sur la mer*, comme seroit le point A. est sa distance AZ. *Fig. 61. pl.* XXXII.

Elle se compte d'occident en orient jusqu'à 360 degrez sur des cercles paralleles à l'équateur, ou sur l'équateur même, ainsi l'arc de l'équateur CB. compris entre le premier meridien, *& le meridien du lieu* A. *marque les degrez de longitude* AZ. *de ce lieu.*

Tout ce qu'on a dit de l'ascension droite d'un astre dans le ciel, est la même chose que la longitude d'une ville sur la terre, tous les lieux comme V. A. B. qui sont sous un même meridien, sont aussi sur une même longitude mesurée par CB. & tous ces lieux ont midy dans le même moment, parce qu'ils répondent sous le même meridien celeste.

Mais comme ceux qui sont plus vers l'orient, ont plus de longitudes, ils ont aussi plûtôt midy, & par conséquent il est plus tard aux lieux les plus avancez vers l'Est, ou qui ont plus de longitudes, à sçavoir d'une heure par 15 degrez, & 4 minutes d'heures par chacun degré, ce qui arrive

Digitized by Google

par le mouvement apparent du ſoleil d'orient en occident en 24 heures.

Il eſt donc évident que les arcs de tous les paralleles,& de l'équateur comme VT. AD. BX. compris entre deux meridiens VB. TX. contiennent également de degrez de longitude.

Maniere de trouver la longitude des lieux ſur la terre.

IL faut après avoir prévû le jour & le temps que doit arriver quelque phenomene dans le ciel, *comme ſeroit quelque éclipſe de lune*, que deux obſervateurs ſe trouvent dans ce temps-là dans des lieux propoſez, & que chacun remarque préciſément à quelle heure lui aura apparu l'éclipſe, & après s'être communiqué chacun l'heure, minute, & ſeconde de ſon obſervation, ils ſçauront par là de combien différent leurs longitudes; car celui qui aura trouvé l'éclipſe plus tard, ſera le plus à l'Eſt, c'eſt-à-dire qu'il aura le plus de longitude, à ſçavoir 15 degrez par chacune heure, & un degré par 4 minutes d'heure, & une minute de degrez par 4 ſecondes d'heures.

Digitized by Google

EXEMPLE.

SI un obſervateur eſt au premier meridien, & qu'il remarque l'éclipſe à 7 heures 40 minutes du ſoir, qu'un autre obſervateur l'ait obſervé à 11 heures 52 minutes du ſoir, on trouve 4 heures 12 minutes de différence, qui étant réduites en temps, donnent 63 degrez de longitude pour le ſecond plus que pour le premier.

Comme les éclipſes de lune n'arrivent pas ſouvent, l'on fait les mêmes obſervations aux moments des émerſions & des immerſions des ſatellites de Jupiter, *on a l'heure prédite de ces phenomenes dans la connoiſſance des Temps par MM. de l'Academie Royale des Sciences*, c'eſt pourquoi nous n'en dirons pas davantage ſur cette matiere.

TRouver la longitude d'un lieu ſur la terre ſur un globe, ou ſur les cartes geographiques & hydrophiques.

Il faut conduire le meridien de ce lieu juſqu'à l'équateur, ou juſqu'à un parallele gradué où le point de rencontre ſe trouvera au degré de la longitude de ce lieu.

Il ſuit de là ce qu'on a dit au ſujet des longitudes, que ſi l'on faiſoit un tour entier d'occident en orient, *on trouveroit un jour*

Digitized by Google

de plus que le vray quantiéme du mois, & en faiſant un tour entier d'orient en occident, *on trouveroit un jour de moins que le vrai quantiéme du mois*, & ces deux jours contraires l'un à l'autre donneroient deux jours de différence.

Des differences en latitudes & longitudes.

SI l'on part du point A. d'une latitude Nord, pour aller vers l'équateur en B. l'on aura diminué en latitude Nord, & la différence ſera en allant vers le Sud depuis A. juſqu'en B. *Fig. 61 pl.* XXXII.

Mais ſi du point A. l'on eſt allé vers le pole du Nord en V. l'on a augmenté en latitude Nord, & la différence eſt encore vers le Nord depuis A. juſqu'en V. & ainſi les différences Nord ou Sud ne donneront du changement que dans la latitude, & ce qu'on a dit pour la partie du Nord, ſe doit auſſi entendre pour la partie du Sud.

Que ſi l'on partoit du point A. d'une latitude du Nord, & qu'on avançât vers le Sud juſqu'en F. en paſſant l'équateur, la latitude de l'arrivée ſeroit du côté du Sud,

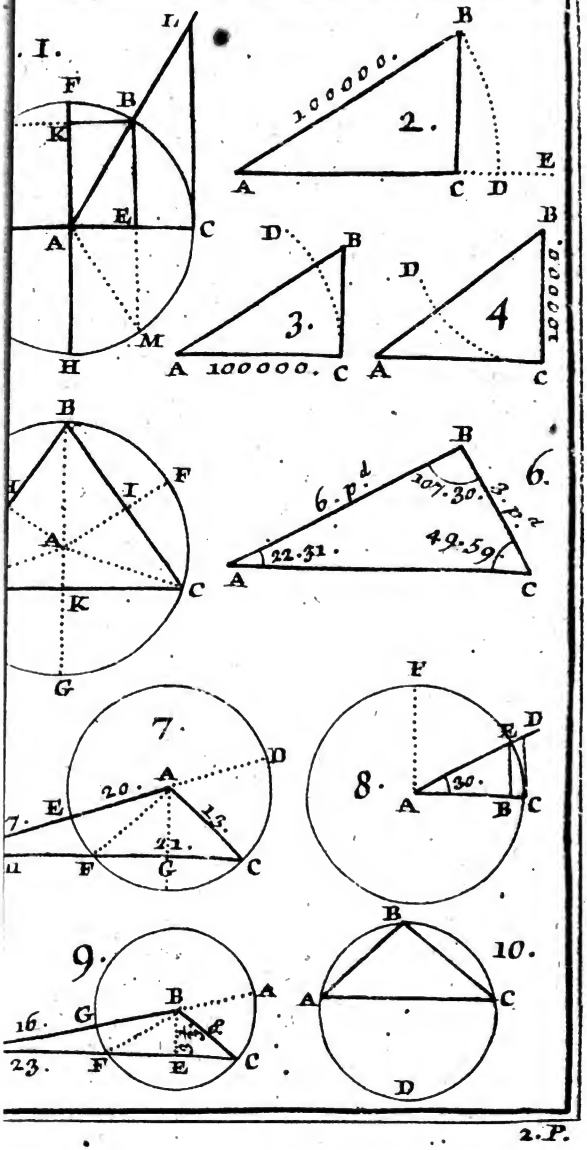
& ſeroit meſurée par l'arc BF. & la différence en latitude ſeroit vers le Sud depuis A. juſqu'en F. qui ſeroit égale à la ſomme de ces deux latitudes BA. BF.

Si du point A. l'on avance vers l'Est en D. l'on augmente en longitude, & la différence AD. eſt vers l'Est, mais ſi du point A. l'on eſt allé vers l'Ouest en Z. l'on a diminué en longitude, & la différence AZ. eſt vers l'Ouest, & ainſi les changements qui ſont juſtement vers l'Est, ou vers l'Ouest, ne regardent que la longitude; l'on doit toûjours prendre pour différence en longitude entre deux lieux celle qui eſt moindre que 180 degrez.

Si du point A. l'on avance au point T. en allant entre le Nord & l'Eſt, l'on aura avancé en latitude & en longitude, & la différence en latitude ſera DT. vers le Nord, & la différence en longitude ſera VT. vers l'Eſt, & on aura formé le triangle rectangle AVT. ADT.

Connoiſſant la latitude & longitude d'un lieu, il ſera facile de le trouver ſur les globes ou ſur les cartes terreſtres, ou de l'y placer en cas qu'il n'y fût pas, & compoſer ainſi les globes & les cartes terreſtres; il eſt auſſi facile de trouver ces diſtances entre les villes ſur les globes, en ſe ſervant des degrez des grands cercles pour échelle de 20 lieües.

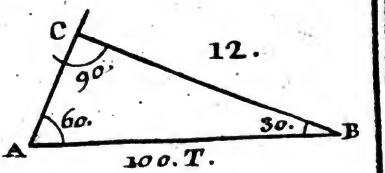
Digitized by Google


1.
2.
3.
4
6.
7.
8.
9.
10.
100000.
6. P. 1
3. P. 2
107. 30.
22. 31.
49. 59.
20.
13.
21.
30.
16.
23.

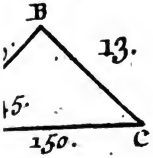
Digitized by Google

11.

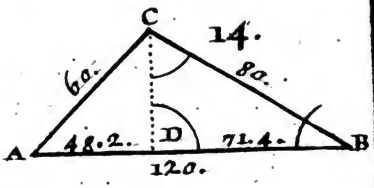
12.



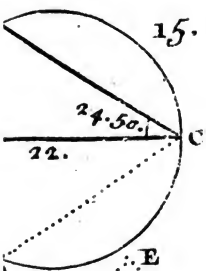
13.



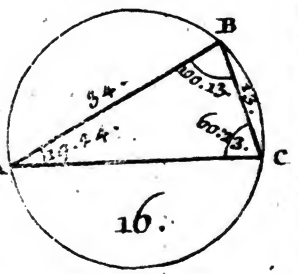
14.



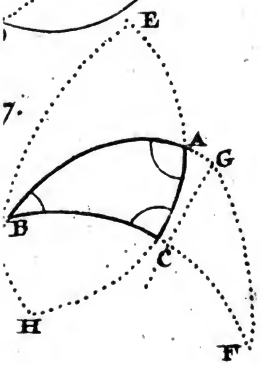
15.



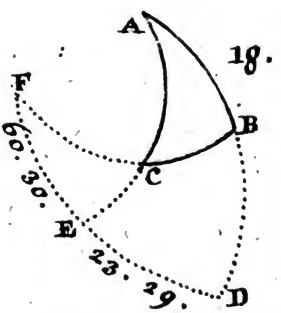
16.



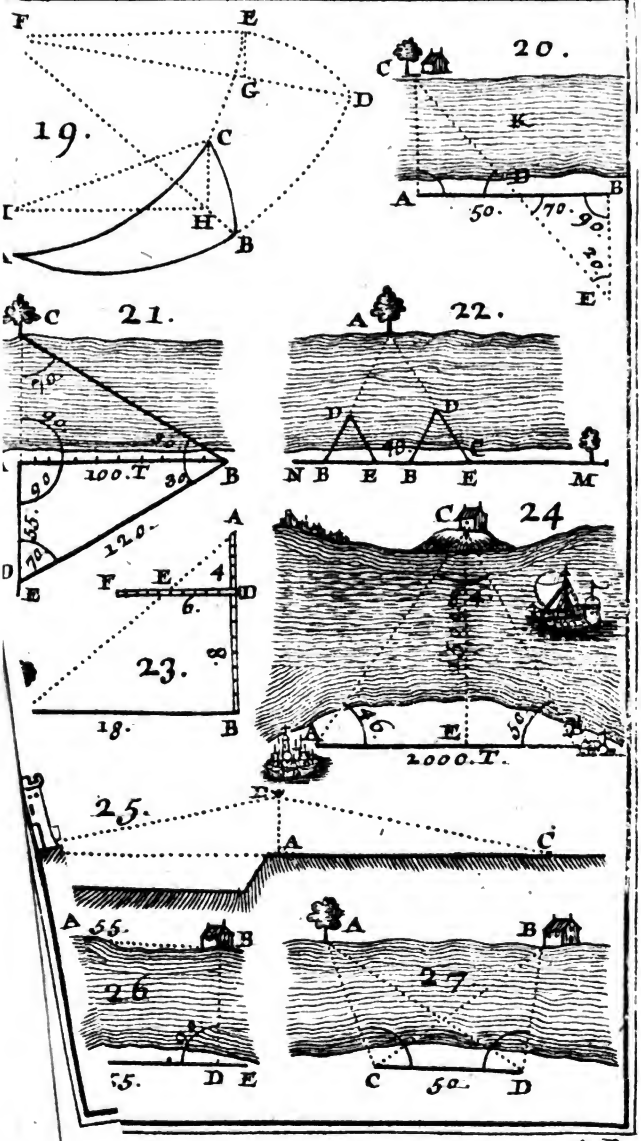
17.



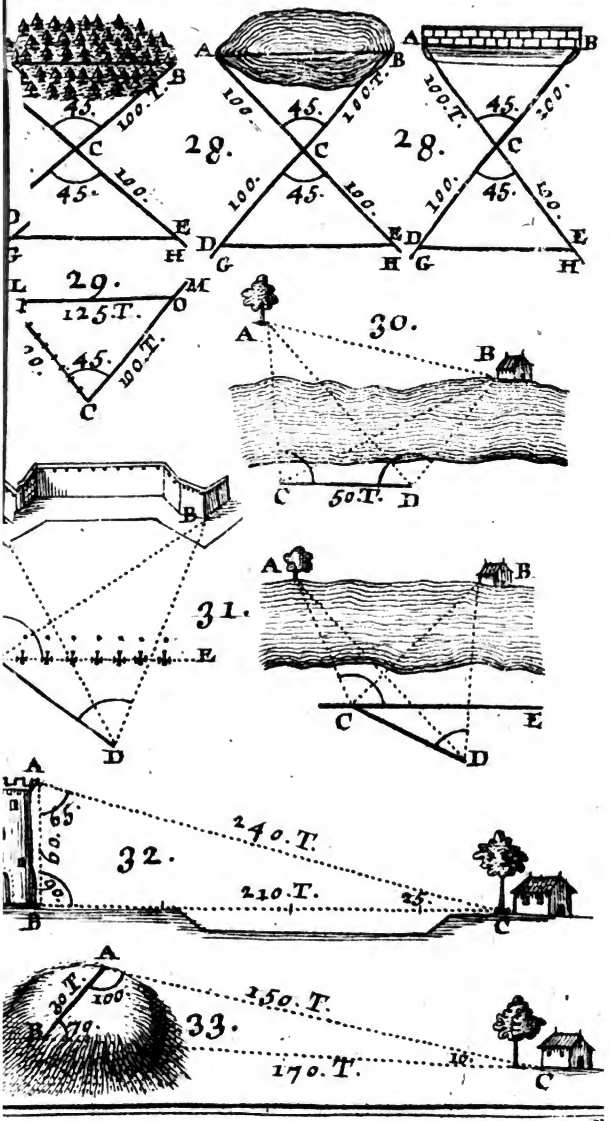
18.



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III"
NAPOLI


19.
F
E
G
D
C
H
B
20.
C
K
A
D
B
50.
70.
90.
E
21.
C
90.
90.
100. T
30.
B
55.
70.
120.
A
D
E
22.
A
D
D
48.
C
N B E B E M
23.
F E 4 D
6.
18. B
24
C
A
E
2000. T.
25.
D
A
C
26
A 55. B
5. D E
27
A
B
C 50. D

2.P.


28.
28.
29.
30.
31.
32.
33.
240. T.
210. T.
150. T.
170. T.

Digitized by Google

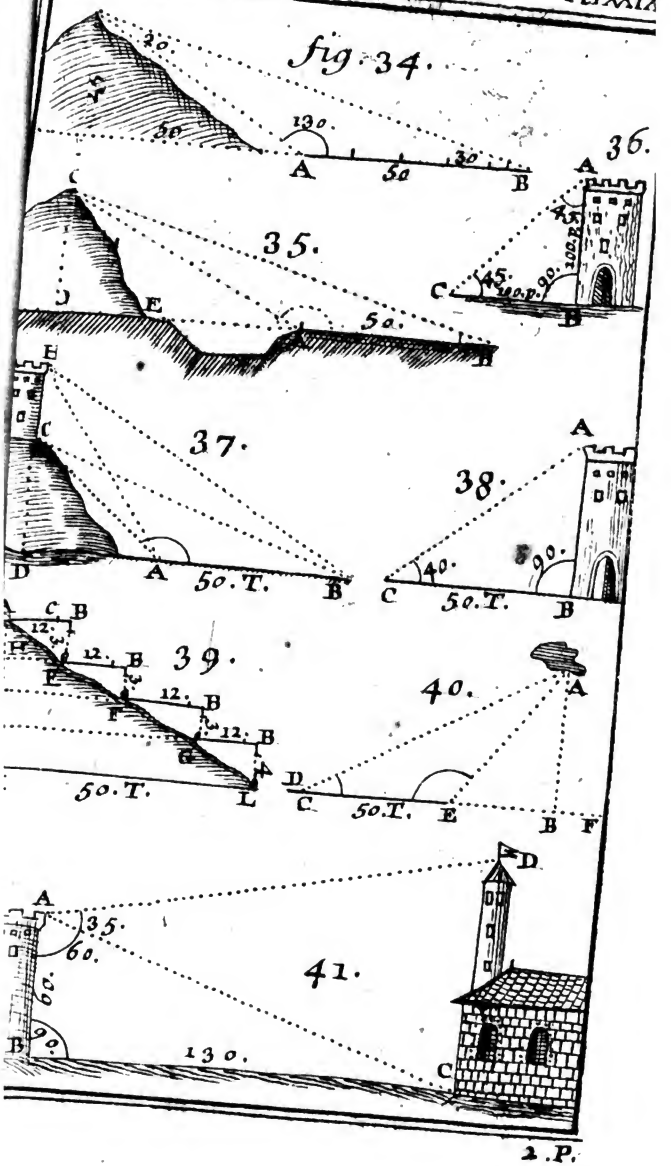
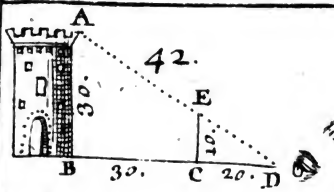
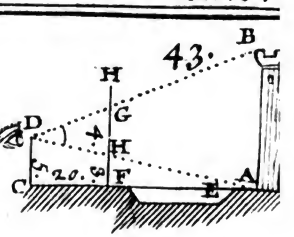
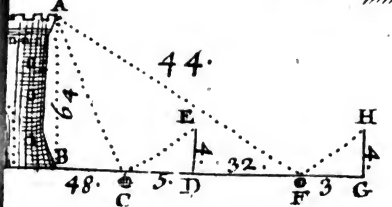


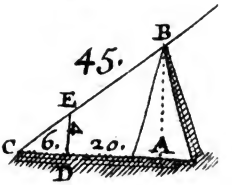
fig. 34.
30.
50.
130.
A
50.
30.
B
36.
A
45.
100 P.
90.
C
100 P.
B
35.
C
D
E
50.
H
C
37.
D
A
50. T.
B
38.
A
40.
90.
C
50. T.
B
C B
12.
H
12. B
39.
E
12. B
F
12. B
G
50. T.
L
40.
A
D
C
50. T.
E
B
F
41.
D
A
35.
60.
60.
B
90.
130.
C

Digitized by Google

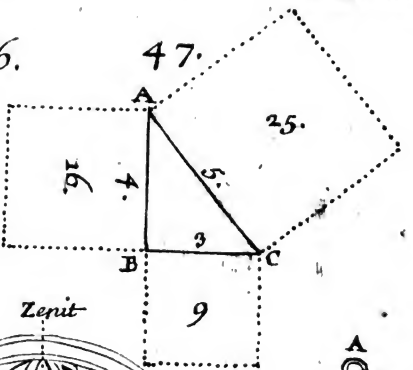

A
42.
30.
E
10.
B
30.
C
20.
D


B
43.
H
G
D
4.
H
5.
20.
3.
F
C
E
A

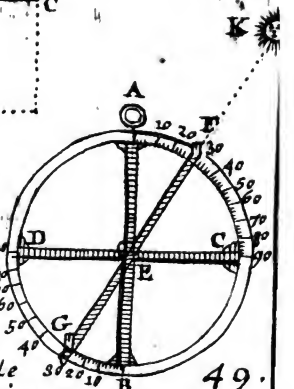

A
44.
64.
E
4.
H
4.
B
48.
C
5.
D
32.
F
3
G


B
45.
E
C
6.
4.
20.
A
D

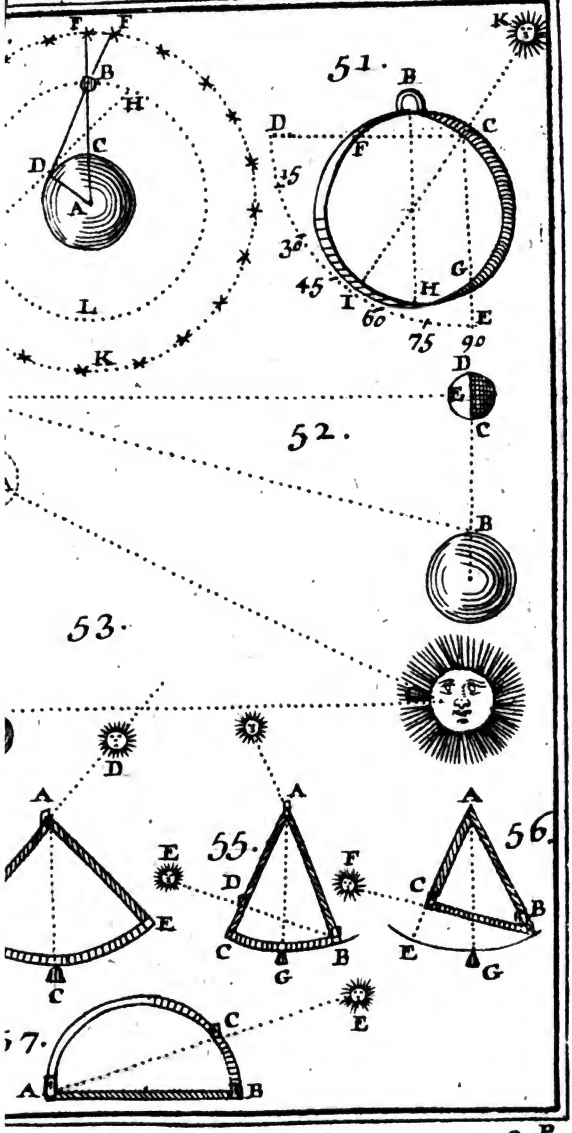
6. p.
B
46.
20. p.
D


47.
A
25.
16.
4.
5.
3
B
C
9

48.
Zenit
le.
rctique
Cancer
Zodiaque
Equateur
Tropique du
Cercle
Horizon
Solstices
Tropique
Pole
Antarctique
Nadir


K
A
10
20
E
30
40
50
60
70
80
90
D
C
E
G
B
49.

NAPOLI


51.
52.
53.
55.
56.
57.
F
B
H
C
D
A
L
K
15
30
45
60
75
90
I
G
E
2.P.

Digitized by Google

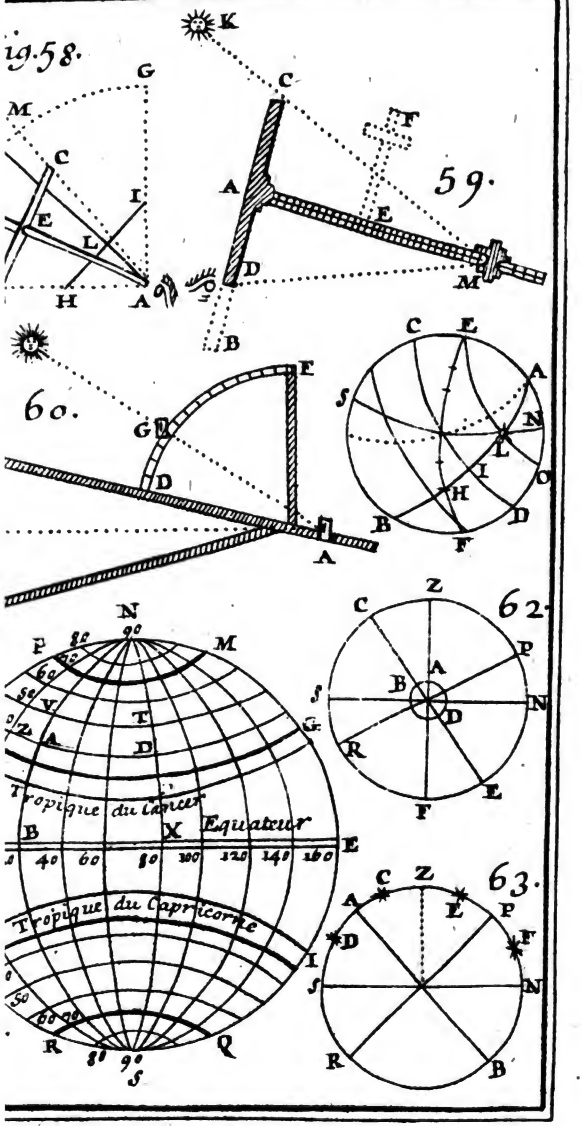


Fig. 58.
59.
60.
62.
63.
Tropique du Cancer
Equateur
Tropique du Capricorne

2. P.

Digitized by Google

ARTICLE III.

De la Planimetrie.

LA PLANIMETRIE eſt une partie de la Geométrie Pratique, qui nous enſeigne à toiſer ou à meſurer toutes ſortes de ſuperficies régulieres ou irrégulieres, rectilignes ou curvilignes, *c'eſt-à-dire, à connoître combien elles contiennent de petits quarrez d'une meſure connuë.*

Pour parvenir aux opérations pratiques de la Planimetrie, il eſt néceſſaire de ſçavoir auparavant qu'elles ſont les meſures les plus ordinaires dont on a coûtume de ſe ſervir, ſur-tout dans les travaux du Roy, & comment on doit uſer de ces ſortes de meſures.

DES MESURES.

PArmi toutes les meſures dont on a coutume de ſe ſervir pour meſurer les ſuperficies, on a choiſi *la toiſe*, comme celle

Digitized by Google

qui étoit la plus commode pour les travaux du Roy, à laquelle on réduit toutes les autres.

Nous dirons donc icy en passant que les grandes distances sur la terre se mesurent par *lieuës*, & qu'en France il y en a de trois sortes.

La grande lieuë *qui contient* 2853 *toises.*
la moyenne lieuë *contient* 2450 *toises.*
& la petite lieuë *qui contient* 2000 *toises.*

On mesure aussi des grandes distances par le moyen *des pas*; sçavoir.

En pas geométrique *qui contient* 5 *pieds*
& en pas commun *qui contient* 2 *p.* 6 *pouces*

On mesure encore en France la plûpart des terres en *arpent.*

L'arpent est une mesure qui vaut toûjours *cent perches.*

La perche est plus grande ou plus petite en différens lieux; mais sa plus grande longueur n'excede pas 25 pieds, & sa plus petite longueur est ordinairement de 18 pieds; ainsi lorsqu'on veut mesurer un arpent de terre avec la perche, il faut toûjours sçavoir de combien de pieds elle est composée, pour ne point faire d'erreur.

Ainsi si on mesure un arpent avec une perche de 18 pieds de longueur, la perche quarrée contiendra 324 pieds quarrez, qui feront 9 toises quarrées, & par conséquent l'ar-

pent contiendra 900 toiſes de ſuperficie.

Que ſi l'on meſure un arpent avec une perche de 19 pieds, la ſuperficie de la perche eſt de 361 pieds quarrez, ce qui fait 10 toiſes & 1 pied, & par conſéquent l'arpent qui doit contenir 100 fois cette meſure, contiendroit 1002 toiſes & 28 pieds de ſuperficie.

Il ne ſera pas inutile d'ajoûter ici une table du nombre des toiſes & des pieds qui ſont contenus dans un arpent, ſuivant les différentes longueurs de la perche en augmentant de demi pieds, depuis 18 pieds juſqu'à 25.

TABLE.

Grandeur de la perche en longueur.	*Toiſes quarrées & pieds quarrés contenus dans l'arpent, ſuivant les différentes longueurs de la perche.*
lorſque la perche a 18 pieds, un arpent contient	*900 toiſes quarrées*
a 18 *p.* $\frac{1}{2}$	950 *t.* 25 *pieds quarrez*
a 19 *p.*	1002 *t.* 28 *p.*
a 19 *p.* $\frac{1}{2}$	1056 *t.* 9 *p.*
a 20 *p.*	1111 *t.* 4 *p.*
a 20 *p.* $\frac{1}{2}$	1167 *t.* 13 *p.*

Digitized by Google

a 21 *p.*	1225 *t.*	0 *pieds quarrez.*
a 21 *p.* ½	1284 *t.*	1 *p.*
a 22 *p.*	1344 *t.*	16 *p.*
a 22 *p.* ½	1406 *t.*	9 *p.*
a 23 *p.*	1469 *t.*	16 *p.*
a 23 *p.* ½	1534 *t.*	1 *p.*
a 24 *p.*	1600 *t.*	0 *p.*
a 24 *p.* ½	1600 *t.*	13 *p.*
a 25 *p.*	1736 *t.*	4 *p.*

De la Toise.

LA TOISE se divise en *pieds, pouces & lignes.*

La toise courante ou en longueur, contient 6 pieds.

Le pied contient 12 pouces de long, ou 144 lignes.

Le pouce contient 12 lignes.

Et la ligne contient 12 points.

Ainsi *une toise quarrée* contient 36 pieds quarrez.

Le pied quarré contient 144 pouces.

Le pouce quarré contient 144 lignes.

Et la ligne quarrée contient 144 points.

L'on dira encore que la toise courante étant de 6 pieds, elle contiendra 72 *pouces de longueur*, ou 864 *lignes*, ou enfin 10368 *points.*

Digitized by Google

L'on poura auſſi dire que la toiſe quarrée contenant 36 pieds quarrez, contiendra 5184 *pouces quarrez*, ou 746496 *lignes quarrées*, ou enfin 107495424 *points*.

Remarques.

1°. *Les toiſes de long, multipliées par des toiſes de large, produiſent des toiſes quarrées*; ainſi le quarré ABCD. ayant 6 toiſes de part & d'autre de ſes côtez, contiendra 36 toiſes quarrées. *Fig.* 1. *pl.* XXXIII.

De même les toiſes courantes ſur des toiſes de hauteur, produiſent également des toiſes quarrés: car ſi le rectangle ABCD. a 7 toiſes de long dans ſon côté AD. & 2 toiſes de hauteur pour ſon côté AB. ce rectangle contiendra 14 toiſes *quarrées. fig.* 2. *pl.* XXXIII.

2°. *Les toiſes de hauteur étant multipliées par des pieds courans, produiſent des pieds, dont* 36 *font une toiſe quarrée.*

Ainſi le rectangle ADCB. qui a 6 toiſes de hauteur AB. ſur 3 pieds courans pour le petit côté AD. donnera 3 toiſes quarrées: car ſi l'on multiplie les 6 toiſes de hauteur AB. qui valent 36 pieds, par les 6 pieds courans AD. L'on aura 108 pieds quarrez, leſquels étant diviſez par 36, donneront 3 toiſes quarrées pour la valeur de ce rectangle. *Fig.* 3. *pl.* XXXIII.

3°. *Les toiſes de hauteur multipliées par des*

Digitized by Google

pouces courants, produiſent des pouces quarrez, dont 5184 *font une toiſe quarrée. Fig.* 4. *pl.* XXXIII.

Ainſi le rectangle ABCD. dont l'un des côtez BC. ſeroit de 6 toiſes de hauteur, ſur 6 pouces courans pour le petit côté BA. contiendroit 432 pouces quarrez, qui ne feroient à peu près que la neuviéme partie d'une toiſe quarrée, ainſi de tous autres exemples.

4°. *Les toiſes, pieds, pouces & lignes de hauteur, multipliées par des toiſes, pieds, pouces & lignes courans, produiſent des toiſes quarrées, des pieds, des pouces & des lignes quarrées pour n'en faire qu'un total.*

Ainſi dans le rectangle AKMG. dont le côté AG. contient 3 toiſes 5 pieds 3 pouces & 6 lignes de longueur, & le côté AK. 3 toiſes 3 pieds, 6 pouces 3 lignes de hauteur, il faut conſidérer icy quatre choſes; Sçavoir.

1°. Il faut multiplier le côté AB. de 3 toiſes par le côté CB. de trois toiſes, & l'on aura pour lors la valeur du grand quarré ABDC. de 9 toiſes quarrées. *Fig.* 5. *pl.* XXXIII.

2°. Multipliez enſuite le côté Eq. 21 pieds de hauteur par BE. 5 pieds courans, & vous aurez 105 pieds quarrez, *ou* 2 *toiſes* 13 *pieds quarrez pour la valeur du rectangle* Eq.

De plus, multipliez le côté CD. de 18 pieds par le côté Ch. de 3 pieds, & vous aurez 54 pieds quarrez, *ou* 1 *toiſe* 18 *pieds quarrez* pour la valeur du rectangle Cq. ou Dh. leſquelles deux ſommes étant jointes enſemble, donneront pour les deux rectangles Eq. & Cq. 3 *toiſes* 31 *pieds quarrez*, qu'il faut joindre aux 9. toiſes du grand quarré ABDC.

3°. Si l'on multiplie enſuite le côté Eo. de 258 pouces de hauteur par les 3 pouces courans EF. vous aurez 774 pouces quarrez, *ou* 5 *pieds* 54 *pouces quarrez* pour le petit rectangle Fo.

De plus, ſi l'on multiplie encore le côté Io. de 276 pouces courans, par les 6 pouces de hauteur Ih. l'on aura 1656 pouces quarrez, *ou* 9 *pieds* 36 *pouces quarrez pour la valeur du petit rectangle* Ho.

4°. Enfin ſi l'on multiplie le côté GM. de 3099 lignes de hauteur par les 6 lignes courantes FG. on aura 9297 lignes quarrées, *ou* 64 *pouces quarrez & 81 lignes pour la valeur du rectangle des lignes* GO. *ou* MF.

De plus, ſi l'on multiplie le côté KP. de 3354 lignes courantes par les 3 lignes KI. de hauteur, l'on aura 10062 lignes quarrées, qui vaudront 68 *pouces quarrez & 27 lignes pour la valeur du rectangle des lignes* KL. *ou* IL. leſquelles deux ſommes donne-

rons enſemble 132 *pouces quarrez*, & 108 *lignes* qu'il faut ajoûter à la valeur du grand quarré ABDC.

Or, en ajoûtant toutes les ſommes ci-devant ;

Sçavoir d'une part	9 *toiſes.*
plus	3 *t.* 31 *p.*
plus	14 *p.* 90 *pou.*
plus	132 *pou.* 108 *lig.*
l'on aura pour tot.	12 *t.* 45 *p.* 222 *pou.* 108 *lig.*

ce qui ſera la valeur totale du grand rectangle AKMG. *qui vaudra en tout* 13 *toiſes* 10 *pieds* 78 *pouces* & 108 *lignes quarrées.*

Cet exemple peut ſervir de regle pour tout autre. Paſſons maintenant aux différentes operations que l'on peut faire dans la Planimetrie que nous reduiſons à deux Sections.

SECTION PREMIERE.

De la Planimetrie Rectiligne.

LA PLANIMETRIE RECTILIGNE, eſt une ſcience qui nous apprend à meſurer toute ſorte de ſuperficies régulieres ou irrégulieres terminées par des lignes droites.

Digitized by Google

PROBLEMES.

I.

COmme les triangles ſont les premiers de toutes les figures ; cependant on ne ſçauroit connoître ou concevoir la maniere de les meſurer, qu'on ne ſçache auparavant meſurer les quarrez ou rectangles qui ſont toûjours doubles des triangles de même baſe & de même hauteur.

Car ſi le triangle ADC. *Fig.* 1. *pl. XXXIII.* à la même baſe AD. & la même hauteur DC. que le quarré ABCD. il n'aura par conſéquent que la moitié de ſa valeur parce que ce quarré étant diviſé en deux triangles égaux, par la diagonale AC. qui eſt l'hypotenuſe de ces deux triangles ABC. ADC. il s'enſuivra que ce quarré contenant 36 pieds, chacun de ces triangles, comme ADC. n'en contiendra que 18, donc il eſt néceſſaire de connoître la valeur des quarrez, avant de pouvoir meſurer les triangles.

C'eſt pourquoi dans quelque quarré ou rectangle que ce ſoit, ſi l'on multiplie un de ſes côtez AB. par un autre de ſes côtez AD. *le produit donnera la ſuperficie de ce quarré ou rectangle*, ainſi qu'on le voit dans cet exemple & dans les ſuivants.

Digitized by Google

Ainſi en multipliant la diagonale BD. de 16 toiſes par la moitié de la diagonale AC. de 12, c'eſt-à-dire 16 par 6, ou 12 par 8, *vous aurez également 96 toiſes quarrées pour la ſuperficie du rhombe* ABCD.

IV.

Pour meſurer tous triangles rectilignes. Fig. 9. pl. XXXIII.

Il faut multiplier toute leur baſe par la moitié de leur hauteur, ou toute leur hauteur par la moitié de leur baſe, *comme on le voit dans les exemples ſuivans* : car tout triangle eſt la moitié de ſon quarré, de ſon parallelograme, de ſon rhombe ou de ſon rhomboïde, de même baſe & de même hauteur.

Or, 1°. Pour avoir la ſuperficie du triangle équilatéral *Fig. 9. pl. XXXIII.* il faut multiplier toute ſa baſe AC. 12 pieds par la moitié de ſa hauteur BE. de 3 pieds, ou bien multiplier toute la hauteur BE. de 6 pieds par la moitié de ſa baſe AC. de 6 pieds, *& l'on aura d'une maniere ou d'autre 36 pieds quarrés pour la ſuperficie de ce triangle :* car ce triangle eſt égal au rectangle BDCE. qui eſt auſſi de 36 pieds quarrez.

2°. *Pour avoir la ſuperficie du triangle iſocelle* ABC. *Fig.* 10. *pl.* XXXIII.

Multipliez toute ſa baſe AC. de 6 pieds

par la moitié de sa hauteur EB. de 4 pieds, & vous aurez 24 pieds quarrez pour la superficie du triangle isocelle ABC. *car il est égal au rectangle* BDCE.

3°. *Pour avoir la superficie du triangle obtusangle* ABC. *Fig.* 11. *pl.* XXXIII.

Multipliez la moitié de sa hauteur BE. de 3 pieds par toute sa base AC. de 18 pieds, ou bien la moitié de la base AC. de 9 pieds par toute sa hauteur BE. de 6 pieds, *& vous aurez d'une part & d'autre* 54 *pieds quarrez pour la valeur du triangle obtusangle :* car ce triangle est la moitié de son rhomboïde ABDC.

4°. *Pour avoir la superficie d'un triangle rectangle* BAC. *Fig.* 12. *pl. XXXIII.*

Il faut aussi multiplier toute sa base AC. de 15 pieds par la moitié de sa hauteur AB. de 3 pieds, ou bien toute sa hauteur de 6 pieds par la moitié de sa base 6 pieds 6 pouces, *& vous aurez d'une part ou d'autre* 45 *pieds quarrez pour la superficie de ce triangle rectangle.*

V.

POur avoir la superficie entiere de quelque poligone regulier que ce soit. Fig. 14. *pl.* XXXIII.

Il faut reduire ou diviser ce poligone en tout autant de triangles égaux que le poli-

Digitized by Google

gone a de côtez, *comme on le voit icy dans le pentagone* ABCDE. & meſurer ſeulement un de ces triangles CKB. pour en connoître la valeur, *ce qui ſe fait ainſi.*

Multipliez toute la baſe CB. de ce triangle qui eſt icy de 50 toiſes par la moitié de la hauteur KE. de 10 toiſes, & vous aurez pour lors 500 toiſes quarrées pour la valeur d'un des triangles CKB. du pentagone regulier : Or, ſi vous multipliez la valeur de ce triangle 500 toiſes par le nombre des triangles de ce poligone qui eſt icy de 5. *vous aurez* 2500 *toiſes pour la ſuperficie entierre du pentagone propoſé.*

Il en ſera de même ſi vous multipliez toute la hauteur KE. de 20 toiſes par la moitié CB. de la baſe, ou côté de 25 toiſes; car vous aurez également 500 toiſes quarrées pour la valeur du triangle CKB. laquelle ſomme de 500 toiſes étant multiplieé par le nombre 5 des triangles du pentagone, *on aura également* 2500 *toiſes pour la ſuperficie entiere du pentagone regulier propoſé*; cet exemple peut ſervir de regle pour tout autre poligone regulier que ce ſoit.

VI.

Pour avoir la ſuperficie d'un triangle ABC. *dans lequel on ne peut entrer ni connoître ſa perpendiculaire* BE. *Fig.* 13 *pl. XXXII.*

Digitized by Google

Il faut d'abord connoître la valeur de ſes côtez, comme en ce triangle le côté AC. de 15 toiſes BC. de 12 toiſes, & AB. de 9 toiſes ; cela étant connu,

Prolongez le côté CB. à volonté vers D. & du point de l'angle A. abaiſſez ſur ce côté prolongé la perpendiculaire AD. meſurez cette perpendiculaire qui ſe trouvera de 8 toiſes, & la partie DB. du côté prolongé de 4 toiſes, pour lors vous connoîtrez la ſuperficie entiere du grand triangle rectangle en multipliant toute la baſe AC. de 15 toiſes par la moitié de ſa hauteur AD. 4 toiſes, *ce qui vous donnera* 60 *toiſes quarrées pour la valeur du grand triangle* ADC.

Or, ſi vous retranchez de 60 toiſes la valeur du petit triangle exterieur ACD. qui ſera de 16 toiſes quarrées, *les* 44 *toiſes quarrées qui reſteront de cette ſouſtraction feront la ſuperficie du triangle obtuſangle propoſé.*

REMARQUE.

SI le triangle étoit équilateral ou iſocelle, ainſi que le ſont les deux triangles ABC. ABC. *Figures* 9 *&* 10.

Il faudroit ſur l'extrêmité C. de l'un de leurs angles élever une perpendiculaire CD. & ſur l'extrêmité B. du ſommet de cet angle, élever une autre perpendiculaire BD. ſur la précédente CD. pour lors ſi l'on meſure

meſure la perpendiculaire CD. *qui ſera dans le triangle équilateral de 6 pieds & de 8 pieds dans le triangle iſocelle*, & qu'on multiplie leur valeur par la moitié EC. de la baſe de ces deux triangles, qui ſera icy de 6 pieds pour l'un, & de 3 pieds pour l'autre, *l'on aura 36 pieds quarrez pour la valeur du triangle équilateral, & 24 pieds pour la valeur de l'iſocelle.*

VII.

POur trouver la ſuperficie d'un trapeze. Fig. 15. *&* 16. *pl.* XXXIII.

1°. Si le trapeze ABCD. eſt rectangle en A & B. diviſez ſon côté oblique CD. en deux également au point G. ſur lequel point élevez une perpendiculaire EGF. qui ſera parallele & égale à ſon côté oppoſé AB. & ayant prolongé le petit côté BC. vers E. vous aurez pour lors un rectangle ABEF. qui ſera égal au trapeze, ainſi en multipliant le côté BE. prolongé qui eſt de 15 toiſes par le côté AB. qui eſt de 10 toiſes, *l'on aura* 150 *toiſes pour la valeur de ce rectangle, ou pour la ſuperficie du trapeze propoſé. Fig. XV.*

AUTREMENT.

PRenez la ſomme des deux côtez paralleles AD. BC. qui feront en tout 30

toiſes, prenez-en la moitié 15 que vous multiplierez par le côté AB. de 10 toiſes, *& vous aurez également* 150 *toiſes quarrées pour la ſuperficie du trapeze* ABCD. *Fig.* 15. *pl.* XXXIII.

2°. *Si le trapeze* ABCD. *Fig.* 16. *pl.* XXXIII. *n'a aucun angle droit, on en trouvera également ſa ſuperficie de cette ſorte.*

Diviſez ſes deux côtez obliques AB. CD. en deux également aux points G. ſur leſquels vous éleverez deux perpendiculaires KGI. HGE. & ayant prolongé le côté CB. vers I. & le même côté BC. vers E. vous aurez pour lors un rectangle IKHE. qui ſera égal au trapeze, *donc en meſurant ce rectangle qui ſera de* 144 *toiſes quarrées, l'on aura trouvé la ſuperficie du trapeze propoſé*

AUTREMENT.

PRenez la ſomme des deux côtez paralleles AD. BC. qui ſera de 36 toiſes, prenez-en la moitié 18, que vous multiplierez par 8 toiſes, valeur de la hauteur IK. du trapeze, *& vous aurez également* 144 *toiſes quarrées pour ſa ſuperficie.*

VIII.

POur trouver la ſuperficie d'un trapezoïde ABCD. *Fig.* 17 *pl.* XXXIV.

Tirez la ligne AC, laquelle diviſera le

trapezoïde en deux triangles ABC. ACD. dans lesquels abaissez les deux perpendiculaires BF. CG. que vous mesurerez, & ayant connu les perpendiculaires BF. de 6 pieds, & CG. de 4 pieds.

Multipliez la base AC. de 12 pieds par la moitié de BF. de 3 pieds, *& vous aurez 36 pieds quarrez pour la valeur du triangle* ABC.

Multipliez ensuite la base AD. de 15 pieds par la moitié de CG. de 2 pieds, *& vous aurez 30 pieds quarrez pour la valeur du triangle* ACD.

Or, la valeur des deux triangles ensemble valant 66 pieds quarrez, *donc la valeur totale du trapezoïde sera de 66 pieds quarrez.*

Remarque.

Si l'on ne pouvoit point tirer des diagonales, ni des perpendiculaires dans le trapezoïde, il faudroit enfermer cette figure dans un rhomboïde ABED. & ayant tiré la ligne CE. l'on aura les deux triangles exterieurs que l'on pourra connoître. *Fig.* 17 *pl.* XXXIV.

Ainsi après avoir mesuré la superficie du rhomboïde ABE. comme on l'a enseigné, si l'on en retranche la valeur des deux petits triangles exterieurs BCE. DEC. *ce qui restera sera la valeur du trapezoïde proposé.*

IX.

Pour trouver la ſuperficie de quelque poligone irregulier tel qu'il ſoit, comme icy le pentagone irregulier ACBHG. *Fig.* 18. *pl.* XXXIV.

Tirez les deux diagonales ou baſes AB. BC. leſquelles diviſeront ce pentagone irregulier en trois triangles ACB. ABG. GBH. dans leſquels ſi l'on tire les trois perpendiculaires CD. GE. HI. & qu'on meſure ces trois triangles en particulier pour n'en faire qu'un tout, *ce total ſera la ſuperficie du pentagone irregulier.*

Car ayant multiplié AB. 12 toiſes par la moitié de DC. 2 toiſes, vous aurez 24 toiſes quarrées pour la valeur du triangle ACB.

De plus, ſi l'on multiplie la même baſe AB. de 12 toiſes par la moitié de GE. 3 toiſes, vous aurez 36 toiſes quarrées pour la valeur du ſecond triangle ABG.

Et enfin, ſi vous multipliez la baſe CB. de 10 toiſes par la moitié de HI. de 4 toiſes, vous aurez 40 toiſes quarrées pour la valeur du troiſiéme triangle GBH.

Or, ajoutant enſemble les ſommes de ces trois triangles;

Digitized by Google

C'eſt-à-dire, 24 *toiſes pour le triangle* ACB.
36 *toiſes pour le triangle* ABG.
40 *toiſes pour le triangle* GBH.

vous aurez le t. 100 *toiſes quarrées pour la valeur entiere du pentagone donné, ainſi de tous autres poligones irréguliers.*

Remarque.

Si la figure donnée ou poligone propoſé étoit tout-à-fait irregulier, on en trouveroit facilement la ſuperficie en la maniere ſuivante. Fig. 19. *pl.* XXXIV.

Il faut des deux angles les plus éloignez de ce poligone tirer une ligne droite AB. ſur laquelle vous abaiſſerez de tous les angles de cette figure des perpendiculaires qui diviſeront la figure donnée en quarrez, en triangles, en trapezes, & en trapezoïdes: or, ſi l'on meſure chacune de ces figures en particulier, pour les additioner toutes enſemble, *le total donnera la ſuperficie entiere du poligone ou figure donnée, pour ſi irreguliere qu'elle puiſſe être; ce problême eſt aſſez clair pour n'avoir pas beſoin d'une plus grande explication.*

X.

Pour trouver la ſuperficie d'un parc, d'un bois, d'un lac, ou d'un eſtang dans leſquels

on ne peut entrer, il faut ſe ſervir de la methode ſuivante. Fig. 20 21 *&* 22 *pl.* XXXIV.

Renfermez ces figures irregulieres dans des quarrez ou rectangles ABDC. & ayant connu enſuite le contenu en ſuperficie de *ces quarrez ou rectangles*, (ſuivant les regles que nous en avons donné,) tirez ſur chacun des côtez de ces quarrez ou rectangles, & de tous les angles ſaillants ou rentrants de la figure irreguliere, tout autant de perpendiculaires, leſquelles formeront exterieurement des triangles, des quarrez, des rectangles, des trapezes, ou trapezoïdes, leſquelles figures il ſera aiſé de meſurer, parce qu'elles ſont exterieures au parc, au bois ou au lac, &c. or, ſi on retranche du grand quarré ou rectangle ABDC. la ſuperficie de toutes ces figures irrégulieres exterieures, *ce qui reſtera de cette ſouſtraction ſera ſans difficulté le contenu en ſuperficie du parc, du bois, du lac ou eſtang propoſez; ce problême eſt trop clair pour avoir beſoin auſſi d'une plus grande explication.*

SECTION SECONDE.

De la Planimetrie curviligne ou mixtiligne.

LA PLANIMETRIE *curviligne ou mixtiligne*, eſt une ſcience qui nous enſeigne à meſurer ou à connoître toute ſorte de ſuperficies terminées par des lignes courbes ou circulaires, ou par des lignes droites & courbes.

PROBLEME I.

POur trouver la ſuperficie d'un cercle. Fig. 23. pl. XXXIV.

Pour pouvoir connoître la ſuperficie d'un cercle, il faut connoître auparavant la valeur de ſon diametre, & celle de ſa circonférence, ainſi que nous l'avons déja fait voir dans les principes généraux des ſuperficies. *Partie I. page* 313, *&c.*

1°. Ces deux choſes étant connuës, multipliez le nombre 44 toiſes, moitié de la

circonférence du cercle BDC. par 14 toises moitié du diametre, ou son rayon AB. *& le produit 616 toises sera la superficie du cercle proposé.*

2°. Ou bien multipliez toute la circonférence du cercle 88 toises, par le quart de son diametre 7 toises, ou la moitié de son rayon CF. *& vous aurez également 616 toises pour la superficie du cercle proposé.*

3°. Ou bien multipliez tout le diametre BC. de 28 toises par le quart de la circonférence CD. de 22 toises, *& vous aurez pareillement les 616 toises pour la superficie du cercle.*

REMARQUE.

POur mesurer la superficie d'un cercle dont on ne connoîtroit que la circonférence, comme celle d'un bassin plein d'eau ou d'une tour, même figure.

Il faudroit d'abord par une regle de trois, dire comme 22 est à 7, ainsi 88 toises circonférence du bassin ou de la tour, sera à son diametre, qui est le quatriéme terme inconnu de cette proportion, & pour lors la regle étant faite, *l'on aura 22 toises pour le diametre du cercle ou de la tour.*

Pour lors le diametre étant connu, de même que la circonférence du cercle ou de la tour, *on en trouvera sa superficie, ainsi qu'on vient de le dire.*

Digitized by Google

AUTREMENT.

ON trouvera auſſi la ſuperficie du cercle donné en faiſant l'analogie ſuivante.

Comme 14 eſt au nombre 11, ainſi le quarré du diametre de ce cercle, qui eſt de 784 toiſes, ſera à ſa ſuperficie inconnuë.

Pour lors la regle de trois étant faite à l'ordinaire, *on trouvera également 616 toiſes quarrées pour la valeur de la ſuperficie du cercle propoſé.*

II.

POur trouver la ſuperficie de la moitié d'un cercle dont l'on connoît le diametre, comme ici de 22 toiſes, & la demie circonference de 44 toiſes. Fig. 24. pl. XXXIV.

Il faut multiplier la moitié de cette demie circonférence de 22 toiſes, par la moitié de ſon diametre 11 toiſes, *& vous aurez 242 toiſes pour la ſuperficie du demi cercle propoſé.*

Car ſi l'on multiplioit toute cette demie circonférence de 44 par tout le diametre 22 toiſes, *l'on auroit 484 toiſes pour la ſuperficie du cercle entier.*

III

Pour trouver la ſuperficie d'un quart de cercle ABC. *Fig.* 25. *pl. XXXIV.*

Multipliez la moitié de ſa circonférence BC. de 11 toiſes par ſon rayon AB. ou AC. de 7, *& vous aurez 77 toiſes de ſuperficie pour le quart de cercle propoſé.*

Car ſi l'on multiplioit le rayon AC. de 7 toiſes par tout l'arc BC. de 22 toiſes, l'on auroit la ſuperficie entiere du demi cercle 154 toiſes.

Et ſi l'on multiplioit le rayon AC. de 7 toiſes par la demi circonférence du cercle 44 toiſes, l'on auroit 308 toiſes pour la valeur du cercle entier, *dont la quatriéme partie 77 toiſes eſt la valeur du quart de cercle propoſé.*

IV.

Pour trouver la ſuperficie d'un ſecteur de cercle ADC. *Fig.* 26. *pl. XXXV.*

On ſe ſert de la même méthode que celle du quart de cercle ; ainſi en multipliant le rayon AD. de 8 toiſes par la moitié de l'arc DC. de 3 toiſes, *l'on aura 24 toiſes pour la ſuperficie du ſecteur propoſé.*

Car ſi ce ſecteur étoit par exemple la moitié du quart de cercle ABD. en multipliant AD. 8 toiſes par la moitié 6 toiſes de

Digitized by Google

l'arc entier DB. l'on auroit 48 toiſes pour la ſuperficie du quart de cercle ; *donc en en retranchant la moitié 24 toiſes, l'on aura celle du ſecteur proposé.*

V.

Pour trouver la ſuperficie d'un cercle où il manqueroit un ſecteur. Fig. 27. pl. XXXV.

Supoſez le cercle DEC. où il manque le ſecteur DAC. il faut conſidérer le cercle comme s'il étoit entier, & en ayant trouvé toute la ſuperficie de 192 toiſes, retranchez-en la valeur du ſecteur qui ſera ici de 32 toiſes, *& les 160 toiſes qui reſteront, ſeront la ſuperficie du cercle propoſé, où il manque le ſecteur* DAC.

VI.

Pour trouver la ſuperficie d'un ſegment de cercle, comme ABC. *Fig. 28. pl. XXXV.*

Il faut multiplier la moitié de ſa corde AC. qui eſt de 4 toiſes, jointe aux deux tiers de la hauteur ou fléche DB. de 2 toiſes, *ce qui ſera 6 toiſes*, par toute la hauteur de la fléche BD. de 3 toiſes, *& l'on aura 18 toiſes pour la ſuperficie du ſegment donné* ABC.

AUTREMENT.

FAites de ce ſegment ABC. un ſecteur de cercle ABCK. & après avoir trouvé

la ſuperficie de ce ſecteur, en la maniere aiſée que nous en avons donné, retranchez-en la valeur du petit rectangle ACK. qu'il eſt auſſi aiſé de connoître, *& ce qui reſtera de cette ſouſtraction, ſera la ſuperficie du ſegment propoſé.*

I. REMARQUE.

SI le ſegment du cercle étoit plus grand que le demi cercle, comme ACB. *Figure 38. pl. XXXV.*

On en trouveroit la ſuperficie en achevant le cercle ADBC. car pouvant pour lors connoître la ſuperficie du cercle entier ſi l'on en retranche la valeur du petit ſegment ADB. *ce qui reſtera de cette ſouſtraction, ſera la ſuperficie du grand ſegment propoſé* ACB.

II. REMARQUE.

MAis ſi la portion du cercle dont on veut trouver la ſuperficie, n'eſt ni ſegment, ni ſecteur d'un cercle, mais bien une zone ou demie zone ABCD. *Fig. 29. pl. XXXV.*

On en trouvera la ſuperficie, ſi du point E. comme centre on acheve le demi cercle DAFBC. & ſi qu'enſuite ayant trouvé la ſuperficie entiere de ce demi cercle, on en retranche la valeur du ſegment AFB. *ce qui reſtera de cette ſouſtraction ſera la ſuperficie de*

la zone ou portion de cercle proposée ABCD.

VII.

Pour trouver la superficie d'une portion de cercle ABCD. *qu'on appelle lune ou lunulle. Fig.* 30. *pl. XXXV.*

Il faut tirer la corde AC. & vous aurez pour lors un demi cercle ABCE. mesurez ensuite ce demi cercle, & en ayant trouvé la valeur, retranchez-en celle du segment ADCE. (ainsi que nous l'avons enseigné) *& ce qui restera sera la superficie de la lune ou lunulle* ABCD.

Remarque.

Pour trouver la superficie du segment ADCE. il faut chercher un point tel que F. qui soit le centre de l'arc ADC. & ayant tiré pour lors les deux rayons AF. CF. on aura un secteur ADCF. dont on trouvera facilement la superficie: or, si de cette superficie on en retranche la valeur du triangle ACF. *ce qui restera de cette operation sera la superficie du petit segment* ADCE. qui compose avec la lunulle ABCD. le demi cercle ABCE.

VIII.

Pour trouver la superficie d'une lune plus qu'à demi pleine ABCD. *comme on le voit en la fig.* 31. *pl. XXXV.*

Digitized by Google

Il faut considérer cette portion de cercle comme une portion du cercle entier ADCF. pour lors ayant trouvé la superficie du cercle entier, retranchez-en la valeur de la lunulle AFCB. *& ce qui restera, sera la superficie de la lune, plus que demie pleine, ou d'une portion de cercle plus grande qu'un demi cercle* ABCD. *on pourra ainsi mesurer la superficie du cercle* ABCDE. *Fig.* 31. *pl. XXXV.*

IX.

POur trouver la superficie d'une figure mixtiligne, comme celle de la fig. 32. *pl. XXXV.*

Il faut mesurer en particulier les trois segmens du cercle ABC. CDE. EFA. & le triangle ACE. pour les aditionner ensemble, *& leur total sera pour lors la superficie de la figure proposée* ABCDEF.

REMARQUE.

LOrsque la figure mixtiligne est tout-à-fait irréguliere, comme ABCDEFGH. *Fig.* 33. *pl.* XXXV. *on en trouvera la superficie en la maniere suivante.*

Tirez les cordes AC. CE. EG. GA. & vous aurez pour lors un trapezoïde ACEG. qui sera composé de la figure donnée, & de quatre segments de cercle AHG. GFE. EDC. CBA.

Or, si après avoir trouvé la superficie du

trapeze ACEG. ainſi qu'on l'a enſeigné, on en retranche la valeur des quatre ſegments ; *ce qui reſtera ſera le contenu en ſuperficie de la figure irreguliere mixtiligne donnée*, & ainſi de tous les autres.

X.

POur trouver la ſuperficie d'une ovale geometrique, ou elipſe communément appellée ovale du Jardinier, comme ADBC. *Fig.* 36 *pl.* XXXV.

Il faut multiplier le grand diametre AB. de 12 toiſes par le petit diametre CD. de 10 toiſes, & l'on aura le nombre 120, dont il faudra tirer la racine quarrée qui ſera d'environ 11 toiſes & 5 pieds, ſi l'on ſuppoſe pour lors que cette racine quarrée ſoit le diametre d'un cercle, & qu'on en trouve la ſuperficie en la maniere précédente, *je dis que la ſuperficie de ce cercle ſera égale à celle de l'ovale propoſée.*

AUTREMENT.

MUltipliez les deux diametres de l'ovale l'un par l'autre, & le produit 120 étant multiplié par le nombre proportionel 11, donnera un ſecond produit 1320, lequel il faudra diviſer par le ſecond nombre proportionel 14, *& le quotien* 94 $\frac{4}{14}$ *toiſes ſera la ſuperficie de l'ovale* ; car la ſuperficie de l'ovale eſt au rectangle du produit

de ſes deux diametres, comme 11. eſt à 14. puiſque le cercle du grand diametre de l'ovale, eſt auſſi au quarré de ſon diametre, comme 11 eſt à 14.

AUTREMENT.

SOit propoſé à meſurer l'ovale ACBD. *ſuppoſez ſon grand diametre* AB. *de* 11 *pieds, &* CD. *petit diametre de* 7 *pieds. Fig.* 36 *pl.* XXXV.

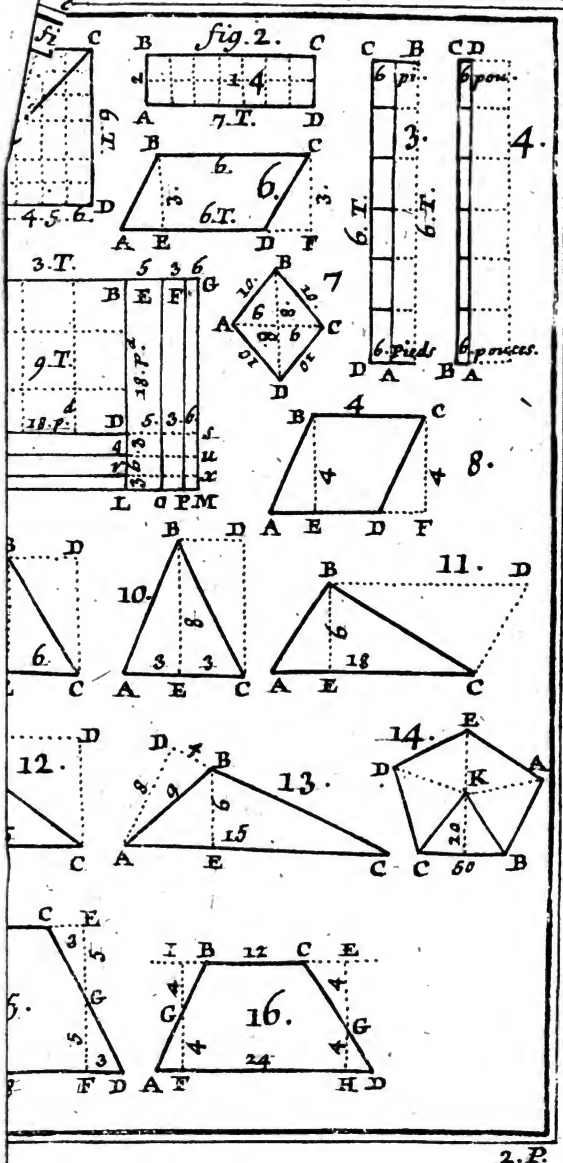
Si la moitié du petit diametre qui eſt $3\frac{1}{2}$ eſt multiplié par 11 pieds valeur du grand diametre, le produit donnera 38 pieds $\frac{1}{2}$.

Et ſi ce produit $38\frac{1}{2}$ eſt diviſé par le petit diametre 7, le quotien donnera $5\frac{1}{2}$, lequel étant multiplié par 11 grand diametre, *le produit donnera la vraye ſuperficie de l'ovale.*

XI.

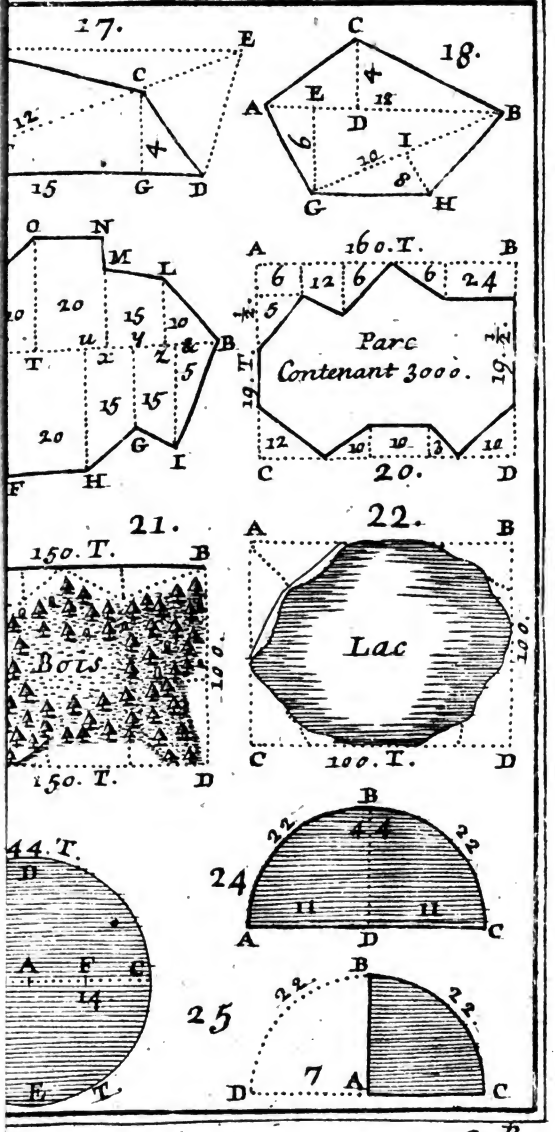
POur connoître la ſuperficie d'une ovale en forme d'un œuf AFBGDHCE. *appellée l'ovale du Peintre Fig.* 37. *pl.* XXXV.

Il faut tirer les quatre cordes AB. BD. DC. CA pour lors vous aurez un trapeze ABDC & quatre ſegments de cercle AFB. BGD. DHC. CEA. & ayant meſuré enſuite chacune de ces figures en particulier, pour n'en faire qu'un total en les additionnant



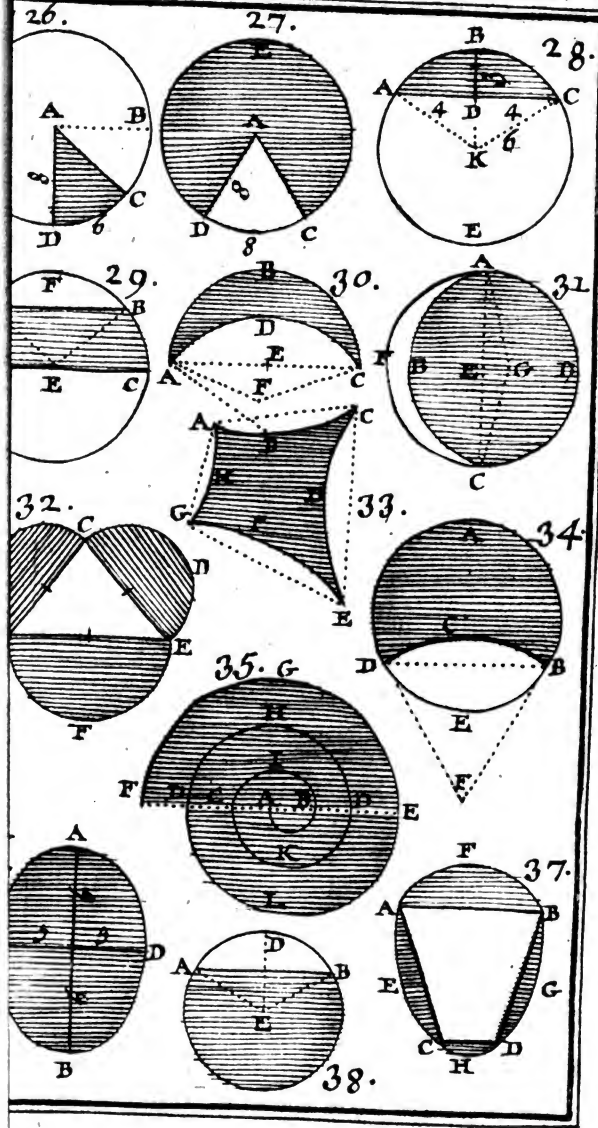
Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google


26.
A
B
8
C
D
6
27.
E
A
8
D
8
C
28.
B
A
4
D
4
C
6
K
E
29.
F
B
E
C
30.
B
D
E
A
F
C
31.
A
F
B
E
G
D
C
32.
C
D
E
F
33.
A
G
K
E
F
E
34.
A
C
D
B
E
F
35.
G
H
F
E
K
L
36.
A
D
B
37.
F
A
B
E
G
C
H
D
38.
D
A
B
E

2. P.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

enſemble, *leur total, c'eſt-à-dire la ſomme du trapeze, & des quatre ſegments, donneront la ſuperficie de l'ovale propoſée, qui ſera de* 43 *toiſes quarrées.*

XII.

POur trouver la ſuperficie d'une figure aſpirale FGELD. *Fig.* 35. *pl.* XXXV.

Il faudroit trouver ſeulement la ſuperficie du demi cercle EGF. & celle de l'autre demi cercle ELD. *parce que les deux enſemble donneroient la ſuperficie de la figure aſpirale propoſée.*

REMARQUE.

LEs figures planes, paraboliques ou hyperboliques, peuvent être meſurées, ainſi qu'on meſure les ovales par les mêmes principes.

FIN DU SECOND VOLUME.

608698

Biblioteca Nazionale V. E. III. NAPOLI

Digitized by Google

ON trouvera la Table des Matieres contenues dans ce ſecond Volume, à la fin du troiſiéme Tome.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google